

1. Na sončen aprilski dan se Zmago vrne domov in si zaželi osvežitve. Težava: V hladilniku ni niti ene pločevinke piva. Hitro postavi eno pločevinko (ki ima tisti trenutek 24°C) v hladilnik (v katerem je stalnih 4°C) in počaka pol ure. Ko vzame pivo iz hladilnika, ima to 14°C . (Zmago ima doma pri roki infrardeči termometer...)

(a) Zapiši in reši diferencialno enačbo, ki pove, kako se temperatura pločevinke piva spreminja v odvisnosti od časa.

Namig: Hitrost ohlajanja je sorazmerna razliki temperatur.

(b) Za koliko časa bi moral Zmago postaviti pivo v hladilnik, da bi se ohladilo na 9°C ?

2. Poišči splošno rešitev diferencialne enačbe

$$y' = 2x(1 + y^2)$$

in tisto rešitev, ki zadošča pogoju $y(1) = 0$.

3. Poišči splošno rešitev *logistične diferencialne enačbe*

$$y' = cy \left(1 - \frac{y}{a}\right)$$

in tisto rešitev, ki zadošča pogoju $y(0) = b$.

4. Napiši funkcijo $[t, Y] = \text{euler}(f, [t_0, t_k], y_0, h)$, ki poišče rešitev diferencialne enačbe

$$y' = f(t, y) \quad \text{z začetnim pogojem} \quad y(t_0) = y_0$$

z Eulerjevo metodo s korakom h . Funkcija naj vrne nabor funkcijskih vrednosti Y izračunanih ob časih t .

Reši zgornji dve DE s to metodo. Primerjaj točno in numerično rešitev.

5. Napiši funkcijo $[t, Y] = \text{rk4}(f, [t_0, t_k], y_0, h)$, ki poišče rešitev diferencialne enačbe

$$y' = f(t, y) \quad \text{z začetnim pogojem} \quad y(t_0) = y_0$$

s klasično Runge–Kutta metodo 4. reda; za korak h definiramo

$$k_1 = hf(t_i, y_i)$$

$$k_2 = hf(t_i + h/2, y_i + k_1/2)$$

$$k_3 = hf(t_i + h/2, y_i + k_2/2)$$

$$k_4 = hf(t_i + h, y_i + k_3)$$

in izračunamo naslednjo vrednost

$$y_{i+1} = y_i + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4).$$

Reši zgornji dve DE s to metodo. Primerjaj točno in numerično rešitev.