

Linearna algebra: prvi nekolokvij

15.–22.4.2021

Predvideni čas pisanja je 60 minut. Dovoljena je uporaba 2 listov A4 formata s formulami. Uporaba elektronskih pripomočkov v času pisanja ni dovoljena.

Vse odgovore dobro utemelji!

1. [35 točk] V \mathbb{R}^3 so dane točke $A(1, 1, 1)$, $B(2, 2, 3)$, $C(3, 1, 1)$ in $D(0, 2, 3)$ ter premica p z enačbo

$$p: \frac{3-x}{2} = y-1 = \frac{z+2}{2}.$$

- (a) Poišči enačbo ravnine Σ , ki vsebuje točke A , B in C . Ali ležijo točke A , B , C in D na isti ravnini?
(b) Ali premica p seka ravnino Σ ?
(c) Poišči enačbo premice p' , ki jo dobimo pri zrcaljenju premice p preko ravnine Σ .
-

2. [35 točk] Dani sta matriki

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \text{ ter } B = \begin{bmatrix} 6 & 5 & 3 \\ 6 & -1 & 5 \\ 4 & 3 & 1 \end{bmatrix}.$$

- (a) Poišči vse rešitve sistema $A\mathbf{x} = \mathbf{b}_1$, kjer je \mathbf{b}_1 prvi stolpec matrike B .
(b) Reši matrično enačbo $X + AX = B$.
-

3. [30 točk] Naj bo $A \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$ matrika

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

V \mathbb{R}^4 opazujemo podmnožici

$$V := \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^4 : \|A\mathbf{x}\| = \|A^T\mathbf{x}\|\},$$

$$W := \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^4 : A\mathbf{x} = A^T\mathbf{x}\}.$$

- (a) Ena od podmnožic V in W je vektorski podprostor v \mathbb{R}^4 . Katera je in katera ni? Zakaj je oziroma zakaj ni?
(b) Poišči bazo tega vektorskega podprostora in določi njegovo dimenzijo.
-