1. (a) Poišči splošno rešitev $y(t)$ diferencialne enačbe

$$\ddot{y} + \dot{y} - 2y = 0.$$

   (b) Poišči posebno rešitev $y_p(t)$ diferencialne enačbe

$$\ddot{y} + \dot{y} - 2y = e^{-t}$$

   in s pomočjo točke (a) zapiši splošno rešitev $y(t)$ te enačbe.

   (c) Reši še začetni problem

$$\ddot{y} + \dot{y} - 2y = e^{-t},\ y(0) = 1,\ \dot{y}(0) = 2.$$

2. Poišči rešitev $y(t)$ začetnega problema

$$\ddot{y} + 2\dot{y} + 5y = 5t + 7,\ \ y(0) = 2,\ \dot{y}(0) = 0.$$

3. Poišči splošno rešitev $y(t)$ diferencialne enačbe

$$\dddot{y} + \ddot{y} - 2y = 2t^2.$$

4. Van der Pol-ov oscilator je dinamični sistem z nelinearnim dušenjem, ki zadošča diferencialni enačbi 2. reda

$$\ddot{x} - \mu(1 - x^2)\dot{x} + x = 0.$$

   (a) Zapiši to diferencialno enačbo 2. reda kot sistem diferencialnih enačb 1. reda (z uvedbo nove spremenljivke $y = \dot{x}$). Nariši fazno sliko tega sistema za $\mu = 1$ in nekaj izbranih začetnih pogojev.

   (b) Poišči stacionarne točke dobljenega sistema 1. reda in poračunaj lastne vrednosti Jacobijeve matrike desne strani v stacionarnih točkah. (Pomagaj si z octave-om.) Kaj ugotoviš?

   (c) Poišči začetni pogoj $[x(0), \dot{x}(0)]^{\mathsf{T}}$, za katerega je $y(0) = \dot{x}(0) = 0$, ki opisuje periodično rešitev tega sistema diferencialnih enačb, tj. poišči *limitni cikel* tega sistema. (Začni z $x(0) = x_0 > 0$ in $\dot{x}(0) = 0$, nato pa poišči x_1, pri katerem tir gibanja ponovno seka poltrak $x \geq 0, y = 0$. S tem je opisana funkcija $f : (0, \infty) \to (0, \infty)$, $x_0 \mapsto x_1$. Poiskati moraš fiksno točko te funkcije, tj. rešiti enačbo $f(x) = x$.)