

1. S pomočjo matematične indukcije dokaži, da za vse $n \in \mathbb{N}$ velja:

(a) $2 + 4 + 6 + \dots + 2n = n(n + 1)$,

(b) $1 + 4 + 7 + \dots + (3n - 2) = \frac{n(3n - 1)}{2}$,

(c) $1 \cdot 2^1 + 2 \cdot 2^2 + 3 \cdot 2^3 + \dots + n \cdot 2^n = (n - 1) \cdot 2^{n+1} + 2$,

(d) $1 \cdot 1! + 2 \cdot 2! + 3 \cdot 3! + \dots + n \cdot n! = (n + 1)! - 1$.

2. S pomočjo matematične indukcije dokaži, da za vsako naravno število $n \geq 3$ velja

$$n! < n^{n-1}.$$

3. S pomočjo matematične indukcije dokaži:

(a) da je za vsako naravno število n izraz $5^n + 2 \cdot 11^n$ deljiv s 3.

(b) da ima vsaka triangulacija konveksnega n -kotnika (brez dodatnih oglišč) natanko $n - 2$ trikotnikov.

4. Zaporedje Fibonaccijevih števil $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ je definirano z začetnima členoma, $f_0 = 0$, $f_1 = 1$, in rekurzivno zvezo $f_n = f_{n-1} + f_{n-2}$ za $n \geq 2$. S pomočjo matematične indukcije dokaži, da je za vsak n število f_{4n} deljivo s 3.

5. V danem izjavnem izrazu z oklepaji nakažite vrstni red računanja (glede na prednost izjavnih veznikov):

(a) $\neg A \vee B \vee C \Leftrightarrow \neg B \Leftrightarrow A \wedge B$,

(b) $A \Rightarrow B \Rightarrow C \Rightarrow \neg A \Leftrightarrow \neg B$,

(c) $\neg B \Leftrightarrow A \Rightarrow C \Rightarrow \neg B \wedge C \vee A$.

6. Določi logične vrednosti enostavnih izjav p, q, r, s , nato pa še logične vrednosti iz njih dobljenih sestavljenih izjav A, B, C .

$p \equiv$ Resnične izjave imajo vrednost 0.

$q \equiv$ Obstaja izjavni veznik, ki je enomestni.

$r \equiv$ Izjavni veznik \wedge ima prednost pred izjavnim veznikom \vee .

$s \equiv$ Vsaka izjava je enostavna.

(a) $A \equiv p \vee q \Rightarrow s \wedge r$.

(b) $B \equiv (p \Leftrightarrow s) \wedge (q \Rightarrow r)$.

(c) $C \equiv q \vee (\neg s \Leftrightarrow \neg r)$.

7. Na Otoku vitezov in oprod imajo otočani naslednji lastnosti: vitezi vedno govorijo resnico, oprode pa vedno lažejo.

Obiskovalec na otoku sliši tak pogovor med štirimi prebivalci.

Anže : Vsi smo vitezi.

Bine : Anže je oproda, prav tako je oproda Cene ali Dare.

Cene : Natančno eden izmed Anžeta in Dareta je vitez.

Dare : Če je Bine vitez, sem jaz oproda.

Kdo je vitez in kdo oproda?