

# Tutorstvo - fizika, FRI

## 13. teden: transformator, indukcija

### Transformator

Primarna tuljava transformatorja ima  $N_1 = 500$  ovojjev, sekundarna pa  $N_2 = 10$  ovojjev. Na primarno tuljavo priključimo generator izmenične napetosti, tako da je efektivna napetost  $U_1 = 120$  V. Določi tok skozi primarno in sekundarno tuljavo, če je na sekundarni strani upornik z uporom  $R = 15 \Omega$ .

*Rešitev:*

Najprej določimo napetost na sekundarni tuljavi. Upoštevamo, da je razmerje napetosti na tuljavah enako razmerju navojjev.

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{N_2}{N_1}$$

Izrazimo  $U_2$  in dobimo:

$$U_2 = U_1 \frac{N_2}{N_1}$$

Na sekundarni strani zapišemo Ohmov zakon in tako določimo  $I_2$ .

$$I_2 = \frac{U_2}{R} = \frac{U_1 N_2}{R N_1} = 0.16 \text{ A}$$

$I_1$  določimo z upoštevanjem zveze med tokovoma na primarni in sekundarni tuljavi:

$$I_1 N_1 = I_2 N_2$$

Izrazimo  $I_1$  in vstavimo podatke.

$$I_1 = I_2 \frac{N_2}{N_1} = \frac{U_1}{R} \left( \frac{N_2}{N_1} \right)^2 = 3.2 \text{ mA}$$

## 2. Prečka v magnetnem polju

Bakrena prečka je skupaj z vodnikom, po katerem lahko drsi brez trenja, postavljena v homogeno magnetno polje z gostoto  $B = 0.1$  T, tako da magnetno polje pravokotno prebada površino, ki jo tvorita prečka in vodnik. Na prečko deluje sila teže, tako da se ta začne gibati navpično navzdol. Kolikšna je ravnovesna hitrost prečke? Gostota bakra  $\rho$  znaša  $8.96 \text{ kg/dm}^3$ , specifična upornost  $\zeta$  pa  $1.68 \cdot 10^{-8} \Omega\text{m}$ . Upornost vodnika je zanemarljivo majhna.



*Rešitev:*

Prečka skupaj z vodnikom tvori zanko v magnetnem polju. Ko se bo prečka začela premikati navzdol, se bo s časom spreminjala površina zanke. Posledično se bo spreminjal magnetni pretok, kar bo induciralo napetost, ki bo poslala tok po zanki. Ker bo skozi prečko tek el tok, bo nanjo delovala magnetna sila, ki bo uravnovesila silo teže, saj bo inducirana napetost po Lenzovem pravilu nasprotovala spremembi magnetnega pretoka.

Zapišimo najprej ravnovesje sil.

$$mg = IlB$$

V zgornjem izrazu smo upoštevali izraz za silo na vodnik v magnetnem polju. Sedaj izračunajmo inducirani tok po Ohmovem zakonu. Pri tem upoštevamo definicijo specifične upornosti:

$$\zeta = \frac{RS}{l},$$

kjer je  $R$  Ohmska upornost,  $l$  dolžina,  $S$  pa presek žice (v našem primeru prečke). Za inducirani tok dobimo

$$I = \frac{U}{R} = \frac{US}{\zeta l},$$

kjer smo z  $U$  označili inducirano napetost. To bomo izračunali s pomočjo Faradayjevega zakona, ki pravi, da je velikost inducirane napetosti enaka časovnemu odvodu magnetnega pretoka:

$$U = \frac{d\Phi}{dt} = \frac{d(BS_z)}{dt}$$

Ker se magnetno polje s časom ne spreminja, bo sprememba magnetnega pretoka odvisna le od spremembe površine zanke  $S_z$ . Zanka ima obliko pravokotnika, ki ima eno stranico enako

dolžini prečke  $l$ , druga stranica (recimo ji  $a$ ) se pa s časom spreminja, tako da se površina zanke spreminja kot  $S(t) = la(t)$ . To vstavimo v Faradayjev zakon in dobimo:

$$U = \frac{d(BS_z)}{dt} = \frac{Bd(S_z)}{dt} = Bl \frac{da}{dt} = Blv$$

V zgornji vrstici smo upoštevali, da je  $da/dt$  ravno enako hitrosti prečke, ki jo iščemo, in da je ta hitrost ob pogoju ravnovesja sil konstantna. Izraz za inducirani tok se torej glasi:

$$I = \frac{SvB}{\zeta}$$

Sedaj se vrnimo v izraz za ravnovesje sil in izrazimo hitrost prečke.

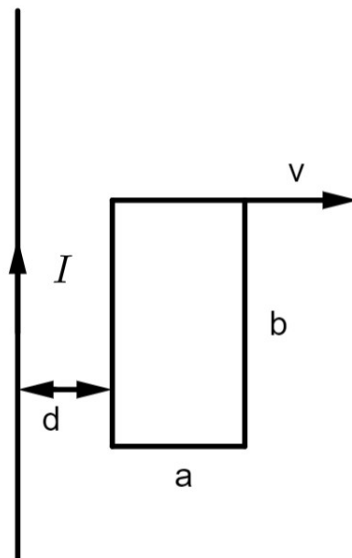
$$mg = IlB = \frac{SvB^2l}{\zeta} \rightarrow v = \frac{mg\zeta}{SlB^2}$$

V izrazu  $m/Sl$  prepoznamo gostoto prečke in dobimo končni izraz za hitrost.

$$v = \frac{g\zeta\rho}{B^2} = 0.15 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

### 3. Gibajoča se zanka v okolici vodnika

Pravokotna zanka širine  $a = 5$  cm in dolžine  $b = 10$  cm se odmika s hitrostjo  $v = 4$  m/s od dolgega ravnega vodnika, po katerem teče tok  $I = 3$  A. Zanka in vodnik ležita ves čas na isti ravnini, tako da je stranica  $b$  z vodnikom vzporedna, stranica  $a$  pa nanj pravokotna. Določi velikost inducirane napetosti v zanki, ko je njen bližji rob od vodnika oddaljen  $d = 2$  cm.



Rešitev:

Da bomo izračunali inducirano napetost, bomo najprej izračunali magnetni pretok skozi zanko. Spomnimo se najprej, kako izgleda magnetno polje v okolici dolgega ravnega vodnika. Zanko bo polje prebadalo pod pravim kotom, njegova velikost pa je odvisna le od razdalje od vodnika:

$$B(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

Za izračun magnetnega pretoka si v mislih zanko razdelimo na tanke trakove s površino  $dS$ , tako da je njihova dolžina enaka  $b$ , širina pa  $dx$ . Naj  $x$  predstavlja razdaljo med vodnikom in njemu bližjem robom zanke. Potem lahko zapišemo izraz za magnetni pretok v odvisnosti od  $x$ .

$$\Phi = \int B dS = \int_x^{a+x} B(x) b dx = \frac{\mu_0 I b}{2\pi} \int_x^{a+x} \frac{dx}{x} = \frac{\mu_0 I b}{2\pi} (\ln(a+x) - \ln(x))$$

Inducirano napetost dobimo po Faradayjevem zakonu:

$$U = \frac{d\Phi}{dt} = \frac{d\Phi}{dx} \frac{dx}{dt} = \frac{d\Phi}{dx} v = \frac{\mu_0 I b v}{2\pi} \left( \frac{1}{a+x} - \frac{1}{x} \right)$$

Odvod po času smo prevedli na odvod po  $x$  in upoštevali, da je  $dx/dt = v$ . Sedaj lahko vstavimo  $x = d$ . Rezultat je sicer negativen, vendar nas zanima samo velikost in lahko na predznak pozabimo.

$$U = \frac{\mu_0 I b v}{2\pi} \left( \frac{1}{d} - \frac{1}{a+d} \right) = 8.57 \mu\text{V}$$

Nalogo lahko rešimo tudi na krajši način, tako da upoštevamo, da se v kratkem času  $dt$  magnetni pretok spremeni le na levem in desnem robu. S tem se izognemo nepotrebnemu integriranju in odvajanju.

$$d\Phi = d\Phi_2 - d\Phi_1 = B_2 dS_2 - B_1 dS_1 = B_2 b v dt - B_1 b v dt$$

Enačbo delimo z  $dt$  in dobimo isti izraz kot zgoraj.

$$U = \frac{d\Phi}{dt} = B_2 b v - B_1 b v = \frac{\mu_0 I b v}{2\pi} \left( \frac{1}{a+d} - \frac{1}{d} \right)$$