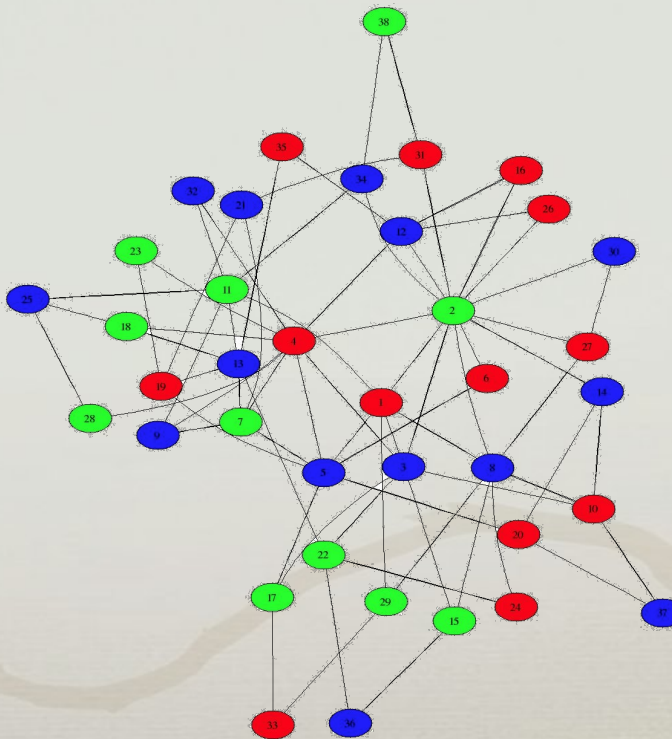
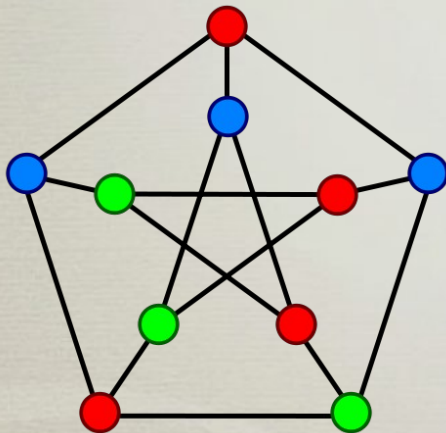


# Algoritmi in podatkovne strukture



# Graf

- Graf oz. omrežje
  - Vozlišča, povezave, cene/dolžine/uteži povezav
  - Splošno uporabna podatkovna struktura.

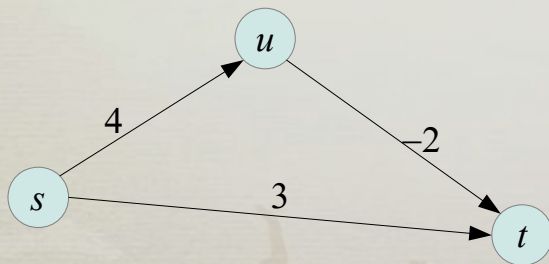


# Najkrajše poti

- Iskanje najkrajših poti v grafu
  - Eden izmed najbolj uporabnih problemov/algoritmov.
- Več možnosti iskanja:
  - med dvema vozliščema ( $v \rightarrow v$ ),
  - od enega vozlišča do vseh ostalih ( $v \rightarrow V$ ),
  - od vseh do enega ( $V \rightarrow v$ ),
  - med vsemi pari vozlišč ( $V \rightarrow V$ ).

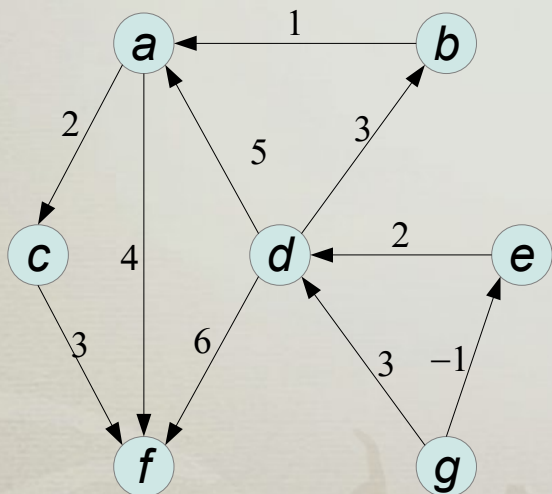
# Dijkstrov algoritem

- Že poznate
- Požrešni metoda / dinamično programiranje
- Zahtevnost:
  - Naivno:  $O(m + n^2)$
  - Prioritetna vrsta:  $O(m + n \log n)$
- Dijkstra odpove, če imamo negativne povezave



# Topološko urejanje

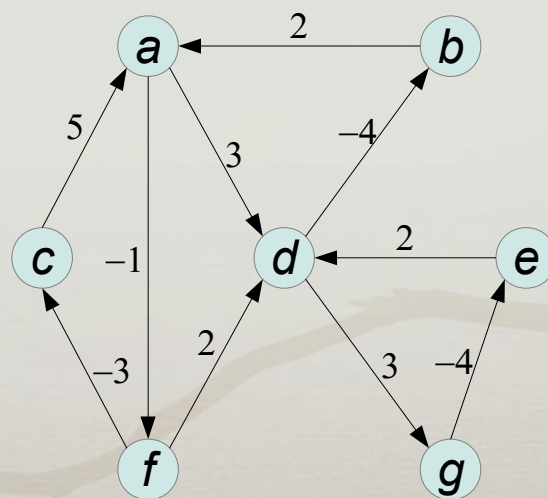
- Kot Dijkstrov algoritem
  - Le vrsti red obiskovanja vozlišč je drugačen
- Zahtevnost:  $O(n + m)$
- Za aciklične grafe



*g, e, d, b, a, c, f*

# Bellman-Fordov algoritem

- Dinamično programiranje
- Najbolj splošen
  - Deluje tudi na negativnih povezavah, vendar ne sme biti negativnih ciklov
- Zahtevnost:  $O(nm)$



Hmmm ...  
Negativni cikli?  
*adb, dge, afdb, ...*

# Bellman-Fordov algoritem

- Ideja
  - Postopoma računamo najkrajše poti
  - Povečujemo število povezav/skokov, ki jih pot lahko vsebuje.
  - Koliko je lahko največ povezav v najkrajši poti?
  - Najkrajše poti, ki vsebujejo  $k$  povezav lahko izračunamo iz najkrajših poti, ki vsebujejo  $k-1$  povezav

# Bellman-Fordov algoritem

Število povezav  
na poti

$$d_i^h = \begin{cases} 0 & i = 1 \\ c_{1i} & h = 1 \\ \min [d_i^{h-1}, \min_{k \neq i} (d_k^{h-1} + c_{ki})] & \text{sicer} \end{cases}$$

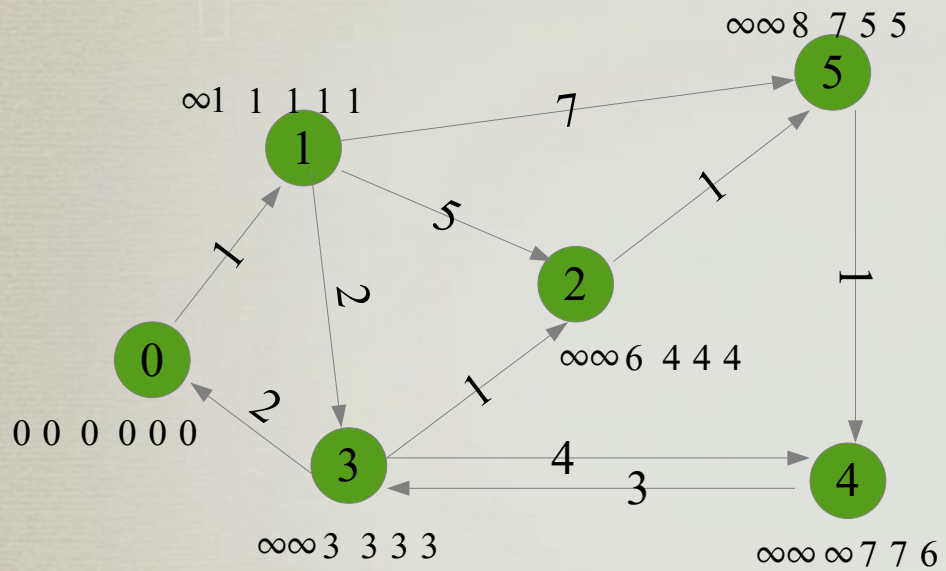
Najkrajša razdalja  
do vozlišča  $i$

Preko vseh vozlišč  $k$  (razen  $i$ )

Preko vseh vhodnih povezav v vozlišče  $i$



# Primer



h	0	1	2	3	4	5
0	0	∞	∞	∞	∞	∞
1	0	1	∞	∞	∞	∞
2	0	1	6	3	∞	8
3	0	1	4	3	7	7
4	0	1	4	3	7	5
5	0	1	4	3	6	5

# Bellman-Fordov algoritem

- Detekcija negativnih ciklov
  - Poženemo algoritem
  - Zaženemo še eno iteracijo zunanje zanke
    - Poženemo obe notranji zanki
  - Če se karkoli spremeni, potem ima graf negativni cikel.

