

## Drugi izpit iz Numeričnih metod

06. februar 2024

1. **naloga** Naj bo dana funkcija

$$g(x) = 3 - 3x + x^3.$$

- Preverite, da je  $x = 1$  negibna (fiksna) točka funkcije  $g$ .
- Naredite dva koraka navadne iteracije s funkcijo  $g$  in začetnim približkom  $x_0 = \frac{2}{3}$ .
- S pomočjo konvergenčnega izreka določite interval  $(a, b)$  okoli točke 1, iz katerega lahko izberemo začetni približek  $x_0$  in vemo, da bo navadna iteracija s funkcijo  $g$  gotovo konvergirala proti rešitvi  $x = 1$ .

2. **naloga** V spodnji tabeli sta zapisani števili prebivalcev in avtomobilov v danem območju

območje	št. prebivalcev ( $\cdot 10^5$ )	št. avtomobilov (na sto prebivalcev)
1	20	56
2	40	38
3	90	52
4	105	48
5	110	58
6	380	53

Zapišite normalni sistem za linearno funkcijo, ki najbolje opisuje povezavo med št. prebivalcev in št. avtomobilov (sistema ni potrebno rešiti).

3. **naloga** Naj bo  $f$  integrabilna funkcija,  $a < b$  realni števili in  $x_0 = a$ ,  $x_1 = x_0 + 2h$ ,  $x_2 = b$  delilne točke intervala  $[a, b]$ , pri čemer je  $h = \frac{b-a}{3}$ . Po metodi nedoločenih koeficientov izpeljite pravilo za izračun  $\int_a^b f(x)dx$  na delilnih točkah  $x_0, x_1, x_2$ . Pri tem vam ni potrebno določiti napake integracije.

(Če naloge ne znate rešiti za splošna  $a, b$ , potem izberite števili  $a, b$  in rešite ta primer, pri čemer lahko dobite 16 točk od 25.)

4. **naloga** Naj bo začetni problem  $y' = f(x, y)$  podan s funkcijo  $f(x, y) = -2xy$  in začetnim pogojem  $y_0 = 1$  v točki  $x_0 = 0$ .

- Določite točno (analitično) rešitev začetnega problema.
- Poiščite numerično rešitev začetnega problema na intervalu  $[0, 0.1]$  s pomočjo Runge–Kutta metode s korakom  $h = 0.1$  z Butcherjevo tabelo

0	0		
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	
1	-1	2	0
<hr/>			
	$\frac{1}{6}$	$\frac{4}{6}$	$\frac{1}{6}$

- Rezultate primerjajte s točno rešitvijo.