

## Drugi kolokvij iz Numeričnih metod ..

15. januar 2024

1. **naloga** Naj bosta dana matrika  $A = \begin{bmatrix} 6 & 3 \\ 8 & 4 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$  in vektor  $b = \begin{bmatrix} 0 \\ 25 \\ 6 \end{bmatrix}$ .

(a) Izračunajte QR razcep matrike  $A$ .

(b) Uporabite QR razcep matrike  $A$  za reševanje predoločenega sistema  $Ax = b$  po metodi najmanjših kvadratov.

2. **naloga**

(a) Po metodi nedoločenih koeficientov določite konstante  $A_0, A_1, C$  in naravno število  $m \in \mathbb{N}$  v formuli

$$\int_1^3 f(x)dx = A_0 \cdot f(1) + A_1 \cdot f\left(\frac{7}{3}\right) + C f^{(m)}(\xi), \text{ kjer je } \xi \in [1, 3],$$

tako, da bo točna za polinome čim višje stopnje.

(b) i. Izračunajte približek za vrednost integrala

$$\int_1^3 \frac{1}{x} dx$$

s pomočjo pravila iz točke (a).

ii. Ocenite napako približka iz i.

3. **naloga** Dana je diferencialna enačba (DE)

$$y' = x^2 + y^2, \quad y(0) = 1.$$

(a) Rešujte DE z Eulerjevo metodo s korakom  $h = 0.1$  in določite numerična približka za  $y(0.1)$  in  $y(0.2)$ .

(b) Rešujte DE z uporabo Runge–Kutta metode

$$\begin{array}{c|ccc} 0 & 0 & & \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & \\ 1 & -1 & 2 & 0 \\ \hline & \frac{1}{6} & \frac{2}{3} & \frac{1}{6} \end{array}$$

s korakom  $h = 0.1$  in določite numerični približek za  $y(0.1)$ .