

Tretji izpit iz Numeričnih metod

04. september 2024

1. **naloga** Rešujemo enačbo

$$x^3 - 5 = 0.$$

- (a) Kolikokrat moramo razpoloviti interval pri uporabi bisekcije, da dobimo $\sqrt[3]{5}$ z absolutno natančnostjo 10^{-9} , če je začetni interval $[0, 5]$.
- (b) Izračunaj naslednja dva približka s sekantno metodo, če sta prva dva 0 in 5.
- (c) Kako moramo izbrati parameter c , da bo iteracija $x_{n+1} = x_n + c(x_n^3 - 5)$ konvergirala proti $\sqrt[3]{5}$.

2. **naloga** Funkcijo f , podano v obliki tabele

x	0.00	0.25	0.50	0.75	1.00
$f(x)$	0.5000	0.7143	1.0000	1.4000	2.0000

želimo aproksimirati s funkcijo oblike $p(x) = a + be^x$.

- (a) Zapišite normalni sistem enačb za neznan koeficienta a in b .
 - (b) Izračunajte a in b .
3. **naloga** Naj bo f integrabilna funkcija, $a < b$ realni števili in $x_0 = a$, $x_1 = x_0 + h$, $x_2 = b$ delilne točke intervala $[a, b]$, pri čemer je $h = \frac{b-a}{2}$. Po metodi nedoločenih koeficientov izpeljite pravilo za izračun $\int_a^b f(x)dx$ na delilnih točkah x_0, x_1, x_2 . Pri tem vam ni potrebno določiti napake integracije.

4. **naloga** Naj bo $y' = y - x^2 + 1$ dana diferencialna enačba z začetnim pogojem $y(0) = 0.5$.

- (a) Z Eulerjevo metodo s korakom $h = 0.2$ izračunajte približek za $y(0.4)$.
- (b) Ponovite zgornjo točko še z Runge-Kutta metodo s korakom $h = 0.2$ z Butcherjevo tabelo

0	0
1	1 0 .
<hr/>	
	$\frac{1}{2} \quad \frac{1}{2}$