# 1. GIBANJE V 1D

HITROST IN POSPEŠEK STA DEFINIRANA KOT PRVI IN DRUGI ODVOD LEGE PO ČASU.

$$v=\frac{dx}{dt}\ ;\ a=\frac{d^2x}{dt}=\frac{dv}{dt}$$

IZRAČUNAMO $a=\frac{dv}{dt}=\left(kt+v_0e^{-\frac{t}{\tau}}\right)'=k-\frac{v_0}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}=0.927\,m/s^2$

ZA IZRAČUN POTI INTEGRIRAMO $v=\frac{dx}{dt}\Rightarrow dx=v\,dt\Rightarrow \int_0^x dx=\int_0^t v\,dt$

$$x=\int_0^t kt+v_0e^{-\frac{t}{\tau}}dt=\frac{kt^2}{2}-v_0\tau e^{-\frac{t}{\tau}}+v_0\tau=41.6\,m$$

POVPREČNA HITROST DOBIMO KOT RAZMERJE MED CELOTNIM PREMIKOM IN ČASOM:

$$\bar{v}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{x(5s)-x(0s)}{5s-0s}=\frac{41.6m-0m}{5s}=8.32\,m/s$$

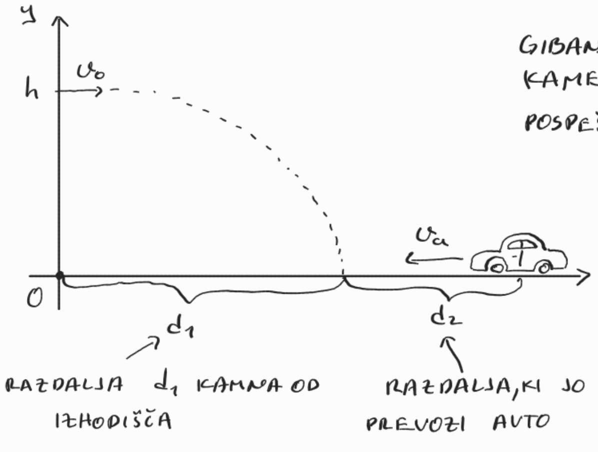
ZA MINIMUM HITROSTI IZRAČUNAMO ODVOD FUNKCIJE IN GA POSTAVIMO NA 0:

$$\frac{dv}{dt}=a=k-\frac{v_0}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}=0\Rightarrow e^{-\frac{t}{\tau}}=\frac{k\tau}{v_0}\ /\ln \qquad -\frac{t}{\tau}=\ln\frac{k\tau}{v_0}$$

$$t=-\tau\ln\frac{k\tau}{v_0}=\tau\cdot\ln\frac{v_0}{k\tau}=1.15s$$

ČE SE ŽELIMO PREPRIČATI, DA JE TO RES MAKSIMUM, IZRAČUNAMO DRUGI ODVOD IN POGLEDAMO PREDZNAK. ČE BO TA POZITIVEN, SMO V MINIMUM, ČE BO PA NEGATIVEN SMO V MAKSIMUM

# 2. VODORAVNI MET




GIBANJE OBRAVNAVAMO LOČENO V SMERI X IN Y. KAMEN SE GIBLJE ENAKOMERNO POSPEŠENO NAVZDOL S POSPEŠKOM $g=9.81\,m/s^2$

NAJPREJ IZRAČUNAMO ČAS PADANJA KAMNA. ENAČBA GIBANJA KAMNA JE $y(t)=h-\frac{gt^2}{2}$

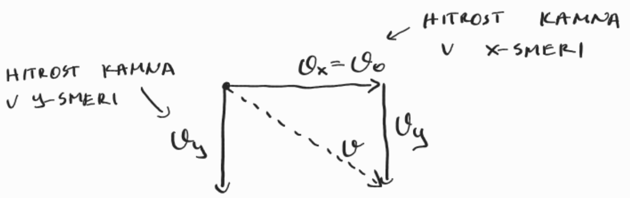
$$\Rightarrow h=\frac{gt^2}{2}\Rightarrow t=\sqrt{\frac{2h}{g}}\approx 2s$$

IZRAČUNAMO RAZDALJA $d_1=v_0\cdot t=10\,m/s\cdot 2s=20m=d_1$

V ČASU $t=2s$ AVTO PREPOTUJE RAZDALJO $d_2=v_a t=28.1m\Rightarrow$ AUTO ZAČNE PRI RAZDALJI $d=d_1+d_2$

$d=48.1m$

KAMEN ZADENE AVTO S HITROSTJO $v$




IZRAČUNAMO HITROST V Y SMERI

$$v_y=g\cdot t=20\,m/s$$

$$v=\sqrt{v_x^2+v_y^2}=22.36\,m/s$$

# 3. Vrtiljak

Med pospeškom, kotno hitrost in kotnim pospeškom veljajo zveze, ki so analogne tistim za $x, v$ in $a$:

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt}, \quad \omega = \frac{d\varphi}{dt}$$

TRIK: Kotni pospešek povezemo s $\varphi$ in $\omega$, integral po času preuvedemo na integral po $\varphi$:

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d\omega}{dt}\frac{d\varphi}{d\varphi} = \frac{d\omega}{d\varphi}\cdot\frac{d\varphi}{dt} = \omega\frac{d\omega}{d\varphi}$$

Integriramo in dobimo $\alpha = \omega\frac{d\omega}{d\varphi} \Rightarrow \alpha\, d\varphi = \omega\, d\omega \Rightarrow \int_0^{\varphi}\alpha\, d\varphi = \int_{\omega_0}^{\omega}\omega\, d\omega \Rightarrow \alpha\varphi = \frac{1}{2}(\omega^2-\omega_0^2)$

Vrtiljak se ustavi po desetih obratih, $\omega$ je na koncu $0$. $\Rightarrow \alpha = -\frac{\omega_0^2}{2\varphi} = 0.286\ s^{-2}$

Izračunamo še čas, ki ga vrtiljak porabi za 5. obrat. Tega bomo dobili kot razliko med časoma, ki ju vrtiljak porabi, da naredi 5 in 4 obrate.

Dvakrat integriramo $\alpha = \frac{d^2\varphi}{dt^2}$ in dobimo $\Rightarrow$ $\varphi = \omega_0 t + \frac{\alpha t^2}{2}$
$\left(s = v_0 \cdot t + \frac{at^2}{2}\right)$ Analogija

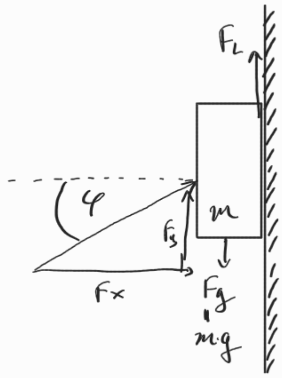
Pot -> kot
Hitrost -> kotna hitrost
Pospešek -> kotni pospešek

$$\frac{\alpha t^2}{2} + \omega_0 t - \varphi = 0 \Rightarrow t_{1,2} = \frac{-\omega_0 \pm \sqrt{\omega_0^2 + 2\varphi\alpha}}{\alpha}$$

← izberemo predznak + da dobimo $t_4, t_5 < t_{10}$

$$t = t_5 - t_4 = \frac{\sqrt{\omega_0^2 + 2\varphi_5\alpha} - \sqrt{\omega_0^2 + 2\varphi_4\alpha}}{\alpha} = 1.43\ s$$

# 4. Statika




$\boxed{\varphi \to 0 \quad \varphi - 90^\circ}$

| Vsota sil mora biti 0 da bo klada mirovala ob steni |
|---|

$F_x = F_{MIN} \cdot \cos\varphi$

$F_y = F_{MIN} \cdot \sin\varphi$

x smer: $F_x = F_p \Rightarrow F_p = F_{MIN} \cdot \cos\varphi$

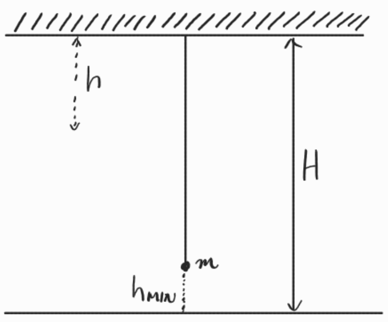
y smer: $F_y + F_p \cdot k_L = F_g$

$$F_{MIN} \cdot \sin\varphi + F_{MIN} \cdot \cos\varphi \cdot k_L = m \cdot g \Rightarrow F_{MIN} = \frac{m \cdot g}{\sin\varphi + k_L \cdot \cos\varphi}$$

Limitni primeri

$\varphi = 0^\circ$: $\cos\varphi = 1$ $\sin\varphi = 0 \Rightarrow F_{MIN} = \frac{mg}{k_L}$ $\quad \varphi = 90^\circ$: $\cos\varphi = 0$ $\sin\varphi = 1 \Rightarrow F_{MIN} = mg$

# 5. Bungee jumping




!Energija!

Ko skakalec skoči, je elastika še neraztegnjena in skakalec prosto pada. Iskana višina bo torej enaka dolžini neraztegnjene elastike, na skici označena s $h$. Postavimo ničlo pot. energije na $h_{MIN}$.

NA ZAČETKU SKOKA IMAMO SAMO POTENCIALNO ENERGIJO $W_p = mg(H - h_{MIN}) = mgh'$.
V NAJNIŽJI TOČKI JE HITROST SKAKALCA ENAKA 0. TOREJ JE TUDI KINETIČNA ENERGIJA ENAKA 0. IMAMO TOREJ SAMO PROŽNOSTNO ENERGIJO, KI ZNAŠA $W_{PR} = \frac{1}{2}kx^2$, KJER $x$ PREDSTAVLJA RAZTEZEK ELASTIKE. IZ SKICE SLEDI $x = H - h_{MIN} - h' = h' - h$.
IZ OHRANITVE ENERGIJE DOBIMO:

$$W_{PR} = W_P \Rightarrow \frac{1}{2}k(h'-h)^2 = mgh' \Rightarrow \frac{2mgh'}{k} = (h'-h)^2 \rightarrow h'-h = \pm\sqrt{\frac{2mgh'}{k}} \rightarrow h = h' \mp \sqrt{\frac{2mgh'}{k}}$$

PRED KORENOM IZBEREMO PREDZNAK −, SICER DOBIMO KOT REZULTAT VIŠINO, KI JE VEČJA OD VIŠINE

$$h = h' - \sqrt{\frac{2mgh'}{k}} = 10.3\,m$$

# 6. Moč motorja

MOČ MOTORJA NARAŠČA SORAZMERNO S KVADRATOM ČASA, JO LAHKO NAPIŠEMO V OBLIKI

$$P(t) = Ct^2$$

C DOBIMO TAKO DA UPOŠTEVAMO DA ZNAŠA MOČ PO 10s 10kW IN DOBIMO

$$C = \frac{P}{t^2} = 100\,\frac{W}{s^2}$$

ZAPIŠEMO $P = Fv = mav = m\frac{dv}{dt}v = Ct^2$ LOČIMO SPREMENLJIVKE IN INTEGRIRAMO

$$mv\,dv = Ct^2dt \rightarrow m\int_0^v v\,dv = C\int_0^t t^2dt \rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{3}Ct^3$$

DOBIMO:

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{3}Ct^3 \rightarrow v(t) = \sqrt{\frac{2C}{3m}}\,t^{3/2}$$

PO POTI OZ. POSPEŠKA PRIDEMO Z INTEGRIRANJEM OZ. ODVAJANJEM HITROSTI.

$$x = \int_0^t v(t)\,dt = \frac{2}{5}\sqrt{\frac{2C}{3m}}\,t^{5/2} = 10.3\,m \quad ; \quad a = \frac{dv}{dt} = \frac{3}{2}\sqrt{\frac{2C}{3m}}\,t^{1/2} = 0.3887\,m/s^2$$