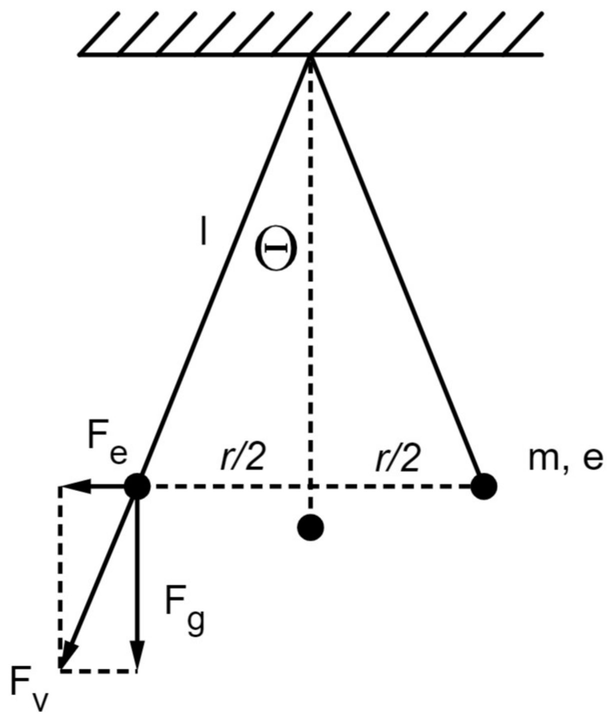
Tutorstvo - fizika, FRI

9. teden: elektrostatika

1. Nabiti kroglici na vrvicah

Dve enaki kroglici z maso $m = 5$ g sta visita na dveh različnih vrvicah dolžine $l = 1$ m, ki sta pritrjeni v skupni točki. Ko kroglici nabijemo z enakim nabojem, se odmakneta druga od druge na razdaljo $r = 15$ cm. Določi naboj na kroglicah.

Rešitev:



V ravnovesju mora biti vsota vseh sil enaka 0. Iz skice je razvidno, da mora vektorska vsota električne in gravitacijske sile uravnovesiti silo v vrvi. Ker sta slednji pravokotni, lahko zapišemo Pitagorov izrek:

$$F_v^2 = F_g^2 + F_e^2$$

Vidimo tudi, da je kot med $\vec{F}_g$ in $\vec{F}_v$ enak kotu, ki je na skici označen s θ. Zapišimo $\sin\theta$ za oba kota:

$$\sin\theta = \frac{r}{2l} = \frac{F_e}{F_v}$$

Iz zgornje zveze izrazimo silo vrvi kot $F_v = 2lF_e/r$ in vstavimo v Pitagorov izrek.

$$\frac{4l^2}{r^2}F_e^2 = F_g^2 + F_e^2 \to F_e = \frac{F_g}{\sqrt{\frac{4l^2}{r^2} - 1}}$$

Vstavimo izraza za F_g in F_e

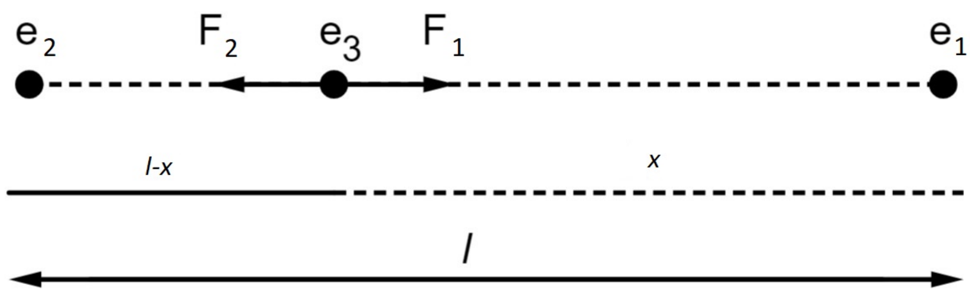
$$F_g = mg,\ F_e = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

in izrazimo naboj:

$$\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{mg}{\sqrt{\frac{4l^2}{r^2} - 1}} \rightarrow e = \sqrt{\frac{4\pi\varepsilon_0 mgr^2}{\sqrt{\frac{4l^2}{r^2} - 1}}} = \sqrt{\frac{4\pi\varepsilon_0 mgr^3}{\sqrt{4l^2 - r^2}}} = 9.6 \cdot 10^{-8}\ \mathrm{As}$$

2. Ravnovesje elektrostatskih sil

Dva fiksna točkasta naboja, ki znašata $e_1 = 5\,\mu\mathrm{As}$ in $e_2 = 3\,\mu\mathrm{As}$, se nahajata na medsebojni razdalji $l = 50$ cm. Med njiju postavimo tretji naboj $e_3 = -2\,\mu\mathrm{As}$. Na kolikšni razdalji od naboja e_1 obmiruje naboj e_3? Koliko dela opravimo, če prestavimo naboj e_3 iz ravnovesne lege daleč stran od obeh nabojev?



Rešitev:

Iz skice razberemo, da moramo izračunati razdaljo x. Če naj naboj e_3 miruje, mora biti vsota vseh sil nanj enaka 0. Sili, s katerima delujeta pozitivna naboja na negativnega, morata biti torej nasprotno enaki. Zapišimo ravnovesje sil:

$$F_1 = F_2$$
$$\frac{e_1 e_3}{4\pi\varepsilon_0 x^2} = \frac{e_2 e_3}{4\pi\varepsilon_0 (l - x)^2}$$

Pokrajšamo $e_3/4\pi\varepsilon_0$ na obeh straneh, odpravimo ulomke in korenimo dobljeno enačbo. Upoštevamo, da morata imeti obe strani enak predznak.

$$\frac{e_1}{x^2} = \frac{e_2}{(l - x)^2} \rightarrow e_1(l - x)^2 = e_2 x^2 \rightarrow \sqrt{e_1}(l - x) = \sqrt{e_2}x \rightarrow$$

$$x = \frac{\sqrt{e_1}}{\sqrt{e_2} + \sqrt{e_1}} l = 28.2\ \mathrm{cm}$$

Delo bomo dobili kot razliko energij v obeh legah. Energijo točkastega naboja lahko izračunamo kot produkt naboja in potenciala v dani legi.

$$W_e = eV$$

Električni potencial točkastega naboja je je definiran kot

$$V = \frac{e}{4\pi\varepsilon_0 r},$$

kjer je r razdalja od naboja, katerega potencial računamo. Izračunati bomo torej morali potenciale v začetnih in končnih legah.

$$A = W_{e,k} - W_{e,z} = e_3(V_{1,k} + V_{2,k} - V_{1,z} - V_{2,z})$$

V končni legi (legi 2) smo daleč stran od obeh nabojev, kar pomeni, da gre $r \to \infty$. Poglejmo, kaj se v tej limiti dogaja s potencialom:

$$\lim_{r\to\infty} V(r) = \lim_{r\to\infty} \frac{e}{4\pi\varepsilon_0 r} = 0$$

Ker gre potencial v neskončnosti proti 0, moramo pri delu upoštevati le potencial na začetku:

$$A = e_3(-V_{1,z} - V_{2,z}) = e_3\left(-\frac{e_1}{4\pi\varepsilon_0 x} - \frac{e_2}{4\pi\varepsilon_0(l-x)}\right) = 0.566 \text{ J}$$