Tutorstvo - fizika, FRI

12. teden: Magnetizem

1. Nabit delec v električnem in magnetnem polju

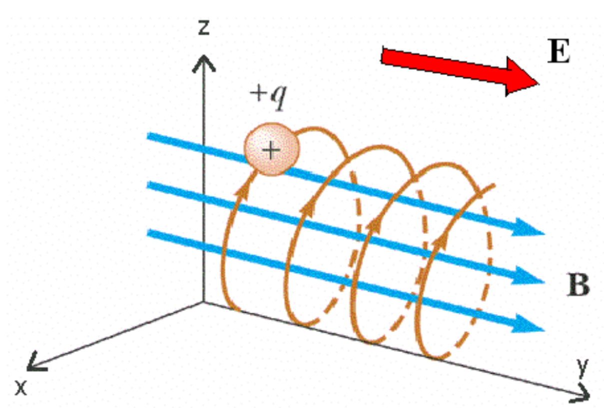
Proton prileti s hitrostjo 100 km/s v prostor s homogenim električnim in magnetnim poljem. Polji sta vzporedni in pravokotni na vpadno smer protona. Kolikšna je velikost hitrosti protona po 1 μs? Po kakšnem tiru se giblje? Naboj protona znaša $+1.6 \cdot 10^{-19}$ As, masa pa $1.67 \cdot 10^{-27}$ kg. Jakost električnega polja je 1000 V/m in gostota magnetnega polja 10 T.

Rešitev:

V prostoru, kjer imamo prisotno električno in magnetno polje, deluje na nabit delec *Lorentzova sila*

$$\vec{F} = e\vec{E} + e\vec{v} \times \vec{B},$$

ki je vsota električne in magnetne sile. Postavimo naš koordinatni sistem tako, da bosta polji kazali v z-smeri, proton pa bo v prostor priletel v x-smeri. Ker sta vektorja $\vec{v}$ in $\vec{B}$ drug na drugega pravokotna, bo njun vektorski produkt na začetku kazal v y-smeri in proton bo zaradi magnetne sile krožil v xy-ravnini. Ker pa nanj deluje še električna sila v z-smeri, bo sestavljeno gibanje opisalo vijačnico.



Ker je magnetna sila ves čas pravokotna na hitrost, lahko hitrosti spremeni le smer, ne pa tudi njene velikosti. Proton bo torej pospeševala le električna sila.
Komponento hitrosti, ki jo zaradi električnega polja proton pridobi v z-smeri, izračunamo kot:

$$F = eE = ma = m\frac{dv}{dt}$$

$$dv = \frac{eE}{m}dt$$

$$v_z = \frac{eE}{m}t = 95.8 \text{ km/s}$$

Velikost skupnega vektorja hitrosti pa je enaka

$$v = \sqrt{v_0^2 + v_z^2} = \sqrt{100^2 + 95.8^2}\ \text{km/s} = 138.5\ \text{km/s}$$

2. Dolga vzporedna vodnika

Po dveh dolgih ravnih vzporednih vodnikih v razmiku 10 cm tečeta v isto smer tokova po 50 A. Koliko dela na dolžinsko enoto vodnikov opravimo, ko ju razmaknemo do razmika 20 cm?

Rešitev:

Magnetna sila na drugi vodnik zaradi magnetnega polja prvega vodnika je enaka

$$\vec{F_m} = I_2\vec{l_2} \times \vec{B_1}$$

Ker sta tokova po vodnikih v našem primeru enaka, indeksi pri količinah niso potrebni. Če uporabimo pravilo desnega vijaka, vidimo, da bo magnetna sila kazala proti prvemu vodniku, torej bo magnetna sila med vodnikoma privlačna. Magnetno polje prvega vodnika je enaka:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

Da izračunamo delo, ki ga opravimo, ko premaknemo drugi vodnik iz razdalje $d_1 = 10$ cm na razdaljo $d_2 = 20$ cm, moramo magnetno silo pointegrirati po poti:

$$A = \int F dr = \int Il \cdot \frac{\mu_0 I}{2\pi r} dr = \frac{\mu_0 I^2 l}{2\pi} \int_{d_1}^{d_2} \frac{dr}{r} = \frac{\mu_0 I^2 l}{2\pi} \cdot \ln\frac{d_2}{d_1}$$

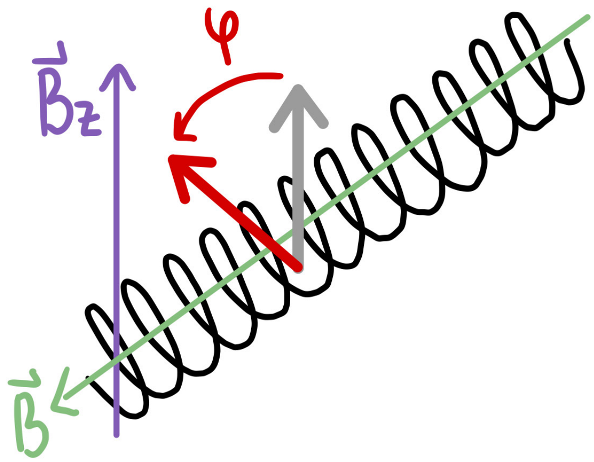
Delo na dolžinsko enoto vodnika pa je torej enako

$$\frac{A}{l} = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi} \cdot \ln\frac{d_2}{d_1} = 3.47 \cdot 10^{-4}\ \text{J/m}$$

3. Magnetnica v tuljavi

Magnetnica je v sredini $l = 0.5$ m dolge tuljave, ki ima $N = 500$ ovojev. Tuljava je postavljena tako, da njeno polje kaže od severo-vzhoda proti jugo-zahodu. Za kolikšen kot se zasuče magnetnica, ko na tuljavo priključimo enosmerni tok $I = 0.05$ A? Horizontalna komponenta zemeljskega magnetnega polja je enaka $2 \cdot 10^{-5}$ T in kaže proti severu.

Rešitev:



Na začetku magnetnica kaže v smeri zemeljskega magnetnega polja, torej proti severu. Ko vklopimo tok, se bo znotraj tuljave vzpostavilo magnetno polje, ki bo kazalo v smeri jugozahoda, magnetnica pa se bo zasukala tako, da bo kazala v smeri skupnega magnetnega polja. Vektorja magnetnih polj sta enaka:

$$\vec{B}_z = B_z\,(0,1)$$
$$\vec{B}_t = \frac{\mu_0 I N}{l}\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = B_t\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$$

Njuna vektorska vsota je torej enaka

$$\vec{B} = \left(-\frac{B_t}{\sqrt{2}}, -\frac{B_t}{\sqrt{2}} + B_z\right)$$

Kot φ, za katerega se zasuka magnetnica, je enak kotu, pod katerim kaže vektor skupnega magnetnega polja. Tangens kota, ki ga vektor oklepa z y-osjo je enak razmerju njegovih komponent. Ker pa naš vektor leži v 3. kvadrantu in je kot, ki ga iščemo top, bomo zato na ta način poiskali tangens suplementarnega kota:

$$\mathrm{tg}(180^\circ - \varphi) = \frac{B_x}{B_y} = \frac{-B_t/\sqrt{2}}{-B_t/\sqrt{2} + B_z} = 1.82$$
$$\implies (180^\circ - \varphi) = 61^\circ$$
$$\implies \varphi = 119^\circ$$