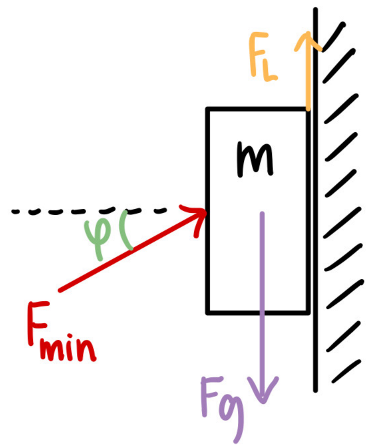
Tutorstvo - fizika, FRI

4. teden: statika in dinamika, sile pri kroženju

1. Statika

Kolikšna je najmanjša sila, s katero moramo pritiskati klado z maso m ob steno pod nekim kotom φ, da ta ne zdrsne? Med klado in steno je koeficient lepenja k_L.



Rešitev:

Da bo klada mirovala ob steni in ne bo ne padla, niti zdrsnila navzgor po steni, mora biti vsota vseh sil nanjo enaka 0. Silo F_{min} razdelimo na komponenti v x in y smeri:

$$F_x = F_{min} \cdot \cos\varphi$$

$$F_y = F_{min} \cdot \sin\varphi$$

Vsota vseh sil mora biti enaka 0 v x in v y smeri:

$$\text{x-smer: } F_x - F_p = 0$$

$$\text{y-smer: } F_y - mg + F_p \cdot k_L = 0$$

Iz prve enačbe izrazimo silo podlage, ki je enaka $F_p = F_x = F_{min}\cos\varphi$ in jo vstavimo v drugo enačbo, da dobimo izraz za F_{min}:

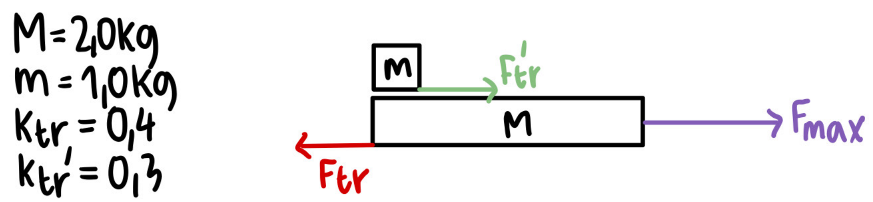
$$F_{min} \cdot \sin\varphi - mg + F_{min} \cdot \cos\varphi \cdot k_L = 0$$
$$F_{min}(\sin\varphi + \cos\varphi \cdot k_L) = mg$$
$$F_{min} = \frac{mg}{\sin\varphi + \cos\varphi \cdot k_L}$$

2. Sile

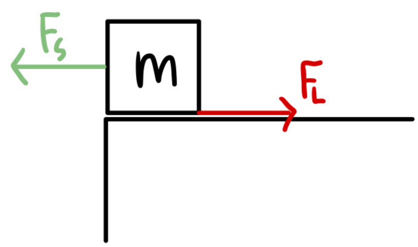
Na ravni podlagi je dvokilogramska deska, na deski pa ploščata utež z maso 1 kg. Kolikšno mejo mora preseči sila, s katero potegnemo desko v vodoravni smeri, da zdrsne utež z deske? Koeficient trenja med desko in podlago je 0.4, koeficient trenja med utežjo in desko pa 0.3.

Rešitev:

Najprej si narišimo skico našega problema:



Če nas zanima maksimalna sila, s katero smemo vleči desko da nam utež ne zdrsne z nje, pravzaprav iščemo trenutek tik pred tem, ko nam utež zdrsne. Ko utež še miruje, nanjo v resnici deluje silo lepenja, zato iščemo situacijo, ko bo sila lepenja maksimalna. Problema se bomo lotili tako, da bomo pobliže pogledali samo našo utež:



Če s kamero spremljamo premikajočo se utež, ta relativno na desko miruje. To pomeni, da mora biti vsota vseh sil nanjo enaka 0. Če zanjo zapišemo Newtonov zakon, ugotovimo, da to ne drži, saj je edina sila, ki deluje na utež, sila lepenja. Ali to pomeni, da nam Newtonov zakon tu zataji?
Odgovor je seveda ne. Pozabili smo, da se zdaj nahajamo v pospešenem sistemu: tako kot npr. če sedimo na letalu, ki vzleta ali pristaja. Če letalo leti s konstantno hitrostjo in imamo zastrta okna, v resnici na moremo vedeti, ali letalo leti, ali stoji na letališču. Ko pa vzletamo oz. pristajamo, občutimo silo, ki nas pritisne na sedež in zato vemo, da se nahajamo v premikajočem se sistemu, čeprav morda ne vidimo okolice skozi okno. Takšni sili pravimo

sistemska sila, saj se pojavi, ko se nahajamo v sistemu, ki pospešuje. Sistemska sila je torej definirana kot:

$$F_s = -m \cdot a_s$$

Pri tem je a_s pospešek sistema, v katerem se nahajamo, m naša masa, minus pa je v enačbi zato, ker sila na nas deluje v nasprotni smeri, kot je pospešek (če avto pospešuje naprej, nas sila potisne nazaj v sedež). To znanje zdaj uporabimo za našo utež na premikajoči se deski: Dopolnjen Newtonov zakon za desko se torej glasi:

$$\sum F = F_L + F_s = 0 \tag{1}$$

Silo lepenja za desko znamo izračunati, zanima nas torej le še sistemska sila. Ta je po definiciji enaka $F_s = -m \cdot a_s$, tako, da moramo v resnici le ugotoviti, s kakšnim pospeškom se giblje sistem, v katerem se nahaja naša utež. Ta sistem je seveda deska (in utež na njej), ki jo vlečemo s silo F_{max}, ki jo želimo izračunati v naši nalogi. Napišimo torej še Newtonov zakon za celotni sistem:

$$\sum F = F_{max} - F_{tr} = (M + m)a_s$$

Iz njega izrazimo pospešek sistema a_s:

$$a_s = \frac{F_{max} - F_{tr}}{M + m} \tag{2}$$

Enačbo (2) vstavimo v definicijo za sistemsko silo F_s in to vstavimo v enačbo (1) da dobimo končni izraz:

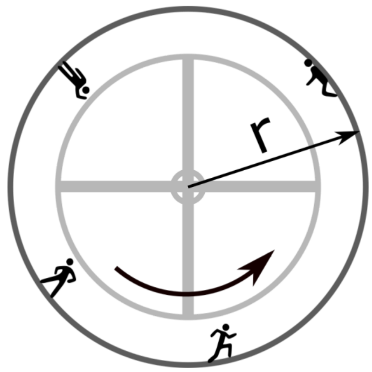
$$F_L - m \cdot \frac{F_{max} - F_{tr}}{M + m} = 0$$

Zdaj samo še izrazimo iskano količino:

$$\begin{aligned} F_{max} =& (M + m) \cdot \frac{F_L}{m} + F_{tr} = \\ &= (M + m) \cdot \frac{mgk_L}{m} + (M + m)gk_{tr} = \\ &= g(M + m)(k_L + k_{tr}) = 20.6 \text{ N} \end{aligned}$$

3. Vesoljska postaja (1. kolokvij 2017, 1. naloga)

Vesoljska postaja v obliki obroča ustvarja občutek težnosti, tako da se vrti okrog svoje osi. S kolikšno kotno hitrostjo se mora vrteti postaja s polmerom $r = 30$ m, da astronavti na obodu obroča čutijo pospešek enak 9.81 m/s^2? Kolikšen je najmanjši polmer postaje, da se pospeška stopal in vrha glave astronavta razlikujeta za manj od 10 %? Astronavt je visok 180 cm.



Rešitev:

Na astronavte v vesoljski postaji bo deloval pospešek zaradi vrtenja postaje, torej centripetalni pospešek, ki je definiran kot $a_c = \omega^2 r$. Če nas zanima kotna hitrost, pri kateri bo pri danem radiju centripetalni pospešek enak težnemu pospešku, izrazimo iz enačbe:

$$\omega = \sqrt{\frac{a_c}{r}} = \sqrt{\frac{g}{r}} = \sqrt{\frac{9.81 \text{ m}}{30 \text{ m s}^2}} = 0.57 \text{ /s} = 0.57 \text{ Hz}$$

Zdaj nas zanima, kdaj se bosta pospešek pri astronatovih stopalih in pri astronavtovi glavi razlikovala za manj kot 10 %, torej kdaj bo veljalo

$$\frac{a(\text{glava})}{a(\text{stopala})} \geq 0.90 \tag{3}$$

Iščemo torej radij r_{min}. Na njem se bodo nahajala astronavtova stopala, medtem ko se bo glava nahajala pri radiju $r_{min} - h$, kjer je h astronavtova višina. Pospeška pri glavi in pri stopalih se torej glasita:

$$a(\text{glava}) = a(r_{min} - h) = \omega^2 (r_{min} - h)$$

$$a(\text{stopala}) = ar_{min} = \omega^2 r_{min}$$

Izraza le še vstavimo v enačbo (3):

$$\frac{\omega^2 (r_{min} - h)}{\omega^2 r_{min}} \geq 0.90$$

Ko premečemo enačbo dobimo $r_{min} \geq h/0.10 = 18$ m.