

1. Dani sta permutaciji  $\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 4 & 5 & 2 & 6 & 3 & 1 & 8 & 7 \end{pmatrix}$  in  $\beta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 2 & 3 & 4 & 1 & 6 & 7 & 8 & 5 \end{pmatrix}$ .

- Določi ciklično strukturo permutacij  $\alpha$  in  $\beta$ .
- Določi inverzno permutacijo  $\alpha^{-1}$ .
- Zapiši  $\beta$  kot produkt transpozicij in določi njeno parnost.
- Izračunaj permutacije  $\alpha * \beta$ ,  $\alpha^2 * \beta^2$  in  $\alpha * \beta^2 * \alpha$ .
- Določi red permutacije  $\alpha * \beta$ , tj. najmanjši  $k$ , za katerega je  $(\alpha * \beta)^k = \text{id}$ .

2. Dana je permutacija

$$\pi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 8 & 2 & 1 & 3 & 7 & 5 & 6 & 4 \end{pmatrix}.$$

- Določi  $\pi^{-1}$ .
- Zapiši  $\pi$  kot produkt samih transpozicij in določi parnost te permutacije.
- Določi  $\pi^2$  in  $\pi^{2022}$ .

3. Dani sta permutaciji

$$\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 3 & 2 & 5 & 8 & 1 & 7 & 4 & 6 \end{pmatrix} \quad \text{in} \quad \beta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 8 & 7 & 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

- Zapiši  $\alpha$  in  $\beta$  z disjunktnimi cikli.
- Zapiši permutacijo  $\alpha * \beta * \alpha^{-1}$ .
- Ali je  $\alpha * \beta = \beta * \alpha$ ?
- Poišči najmanjše število  $k$ , za katerega je  $\alpha^k = \text{id}$ .
- Poišči najmanjše število  $m$ , za katerega je  $\beta^m = \text{id}$ .

4. Dana je permutacija  $\pi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ 4 & 3 & 6 & 8 & 7 & 2 & 10 & 9 & 1 & 5 \end{pmatrix}$ .

- Določi red permutacije  $\pi$ .
- Določi permutacije  $\pi^2$ ,  $\pi^{20}$ ,  $\pi^{201}$  in  $\pi^{2017}$ .
- Poišči kako liho in kako sodo permutacijo  $\alpha$ , za katero je  $\alpha^2 = \pi^2$ .

5. Poišči vsaj dve permutaciji  $\pi \in S_6$ , za kateri je

$$\pi^3 = (12)(34)(56).$$

6. Dane so permutacije  $\alpha = (123)(4567)$ ,  $\beta = (1234)$  in  $\gamma = (1564)(789)$  ter enačba:

$$\alpha * \pi^2 * \alpha = \beta * \gamma * \alpha^2.$$

- (a) Izračunaj permutacijo  $\pi^2$  in določi njeno ciklično strukturo.
- (b) Poišči vse možne ciklične strukture permutacije  $\pi$ , ki reši zgornjo enačbo.
- (c) Za vsako možno ciklično strukturo poišči eno rešitev enačbe.