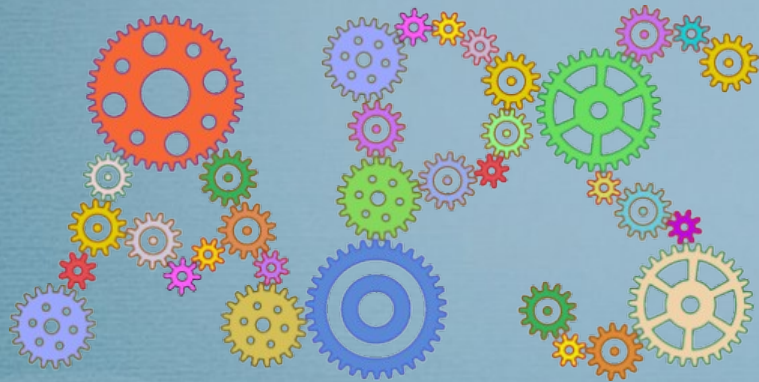


# Algoritmi in podatkovne strukture 1

Visokošolski strokovni študij Računalništvo in informatika

Zahtevnost problema  
urejanja zaporedja



# Odločitveno drevo

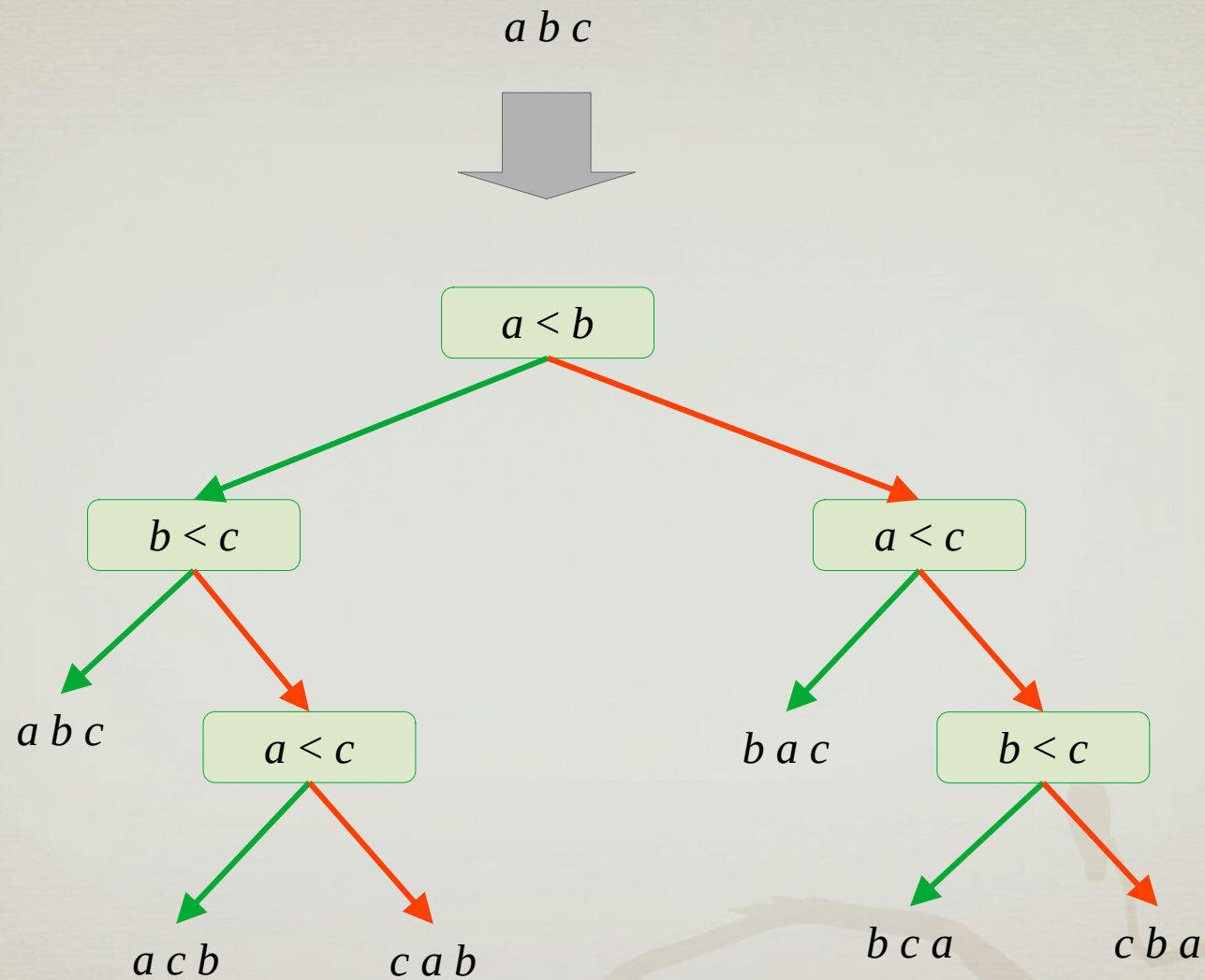
- Odločitveno drevo
  - vozlišče predstavlja primerjavo
  - listi predstavljajo permutacije oz. urejena zaporedja
  - za vsak  $n$  dobimo svoje drevo
- Višina drevesa
  - pot od korena do najbolj oddaljenega lista
  - največje št. primerjav





# Odločitveno drevo

- $n = 3$



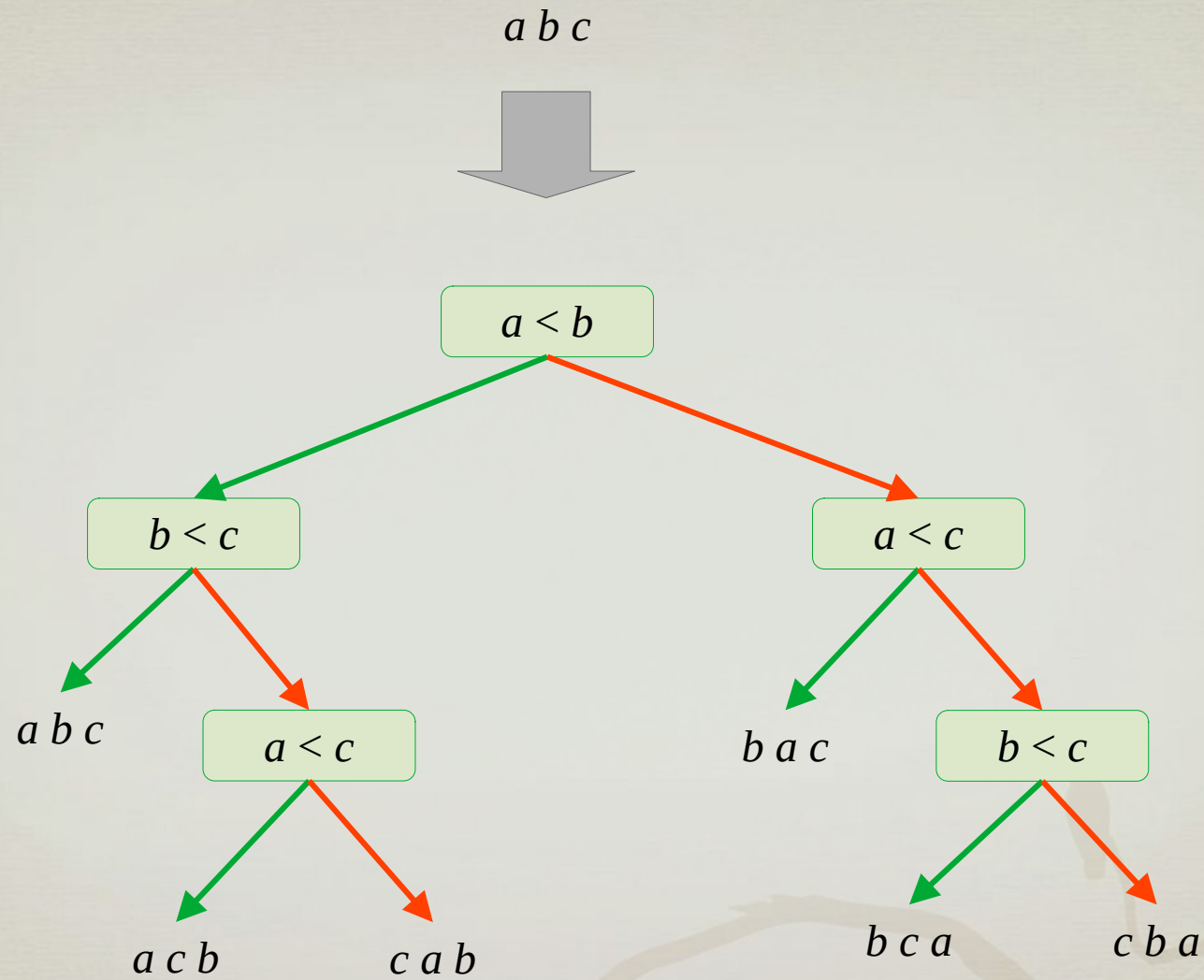
# Optimalno drevo

- Višina drevesa
  - pot od korena do najbolj oddaljenega lista
  - največje št. primerjav
- Optimalno algoritem in drevo
  - drevo z najmanjšim št. primerjav (na katerikoli poti)



# Optimalno drevo

- $n = 3$





# Drevo urejanja z mehurčki

```
for i = 1 to n - 1 do
  for j = n - 1 downto i do
    if a[j-1] > a[j] then swap(a, j - 1, j)
```

$n = 3$

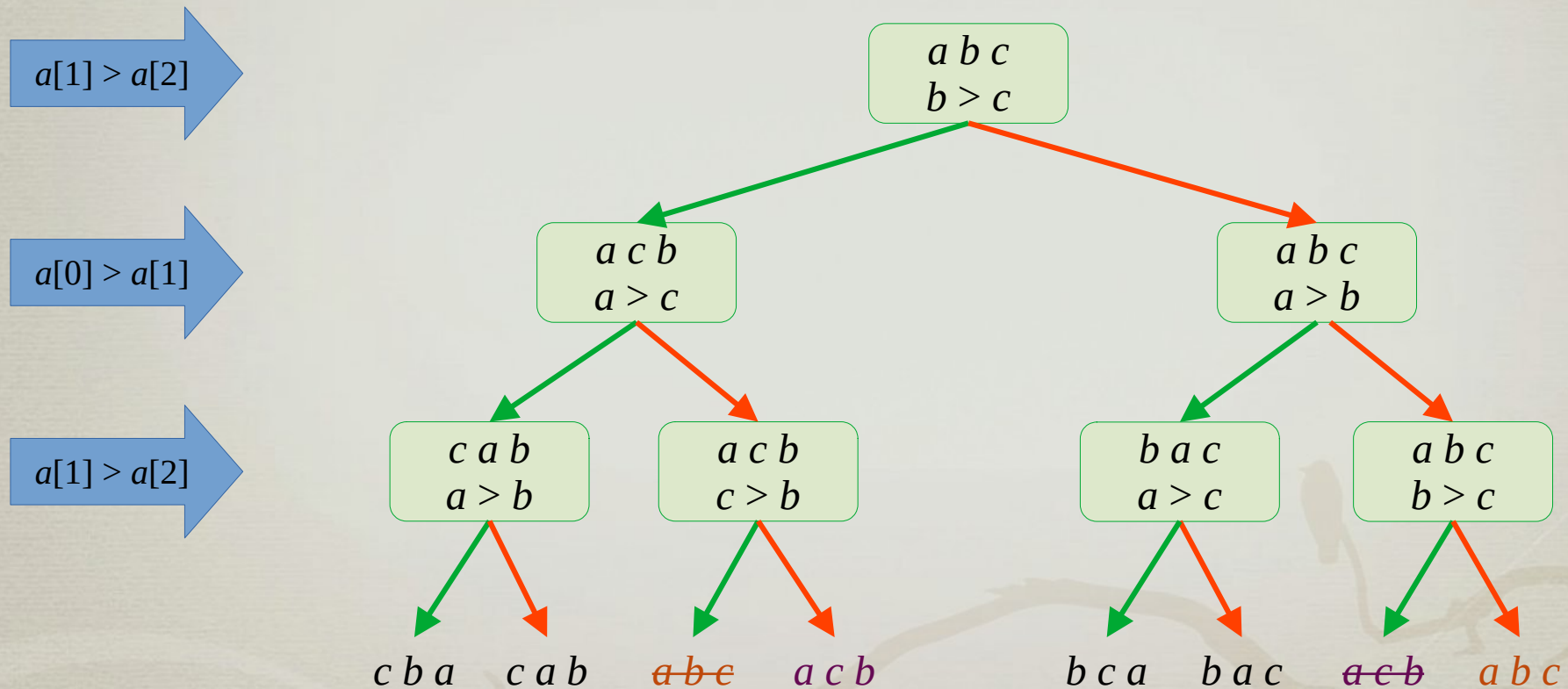
```
// i = 1
for j = 2 downto 1 do
  if a[j-1] > a[j] then swap(a, j - 1, j)

// i = 2
for j = 2 downto 2 do
  if a[j-1] > a[j] then swap(a, j - 1, j)
```

```
if a[1] > a[2] then swap(a, 1, 2) // i = 1, j = 2
if a[0] > a[1] then swap(a, 0, 1) // i = 1, j = 1
if a[1] > a[2] then swap(a, 1, 2) // i = 2, j = 2
```

# Drevo urejanja z mehurčki

```
if a[1] > a[2] then swap(a, 1, 2) // i = 1, j = 2
if a[0] > a[1] then swap(a, 0, 1) // i = 1, j = 1
if a[1] > a[2] then swap(a, 1, 2) // i = 2, j = 2
```



# Meji urejanja

- **Zgornja meja** problema urejanja
  - Kvečjemu koliko primerjav potrebujemo?
    - najboljši znani algoritmi
  - kvečjemu  $O(n^2)$ 
    - ker poznamo urejanje z izbiranjem / z vstavljanjem itd.
  - kvečjemu  $O(n \log n)$ 
    - ker poznamo urejanje z zlivanjem / s kopico





# Meji urejanja

- **Spodnja meja** problema urejanja
  - Vsaj koliko primerjav potrebujemo?
    - upoštevamo vse algoritme, tudi še neznane
  - vsaj  $\Omega(n)$ 
    - vsak element je gotovo treba vsaj 1x primerjati
  - vsaj  $\Omega(n \log n)$ 
    - ???

# Meji urejanja

- Spodnja meja:  $\Omega(n \log n)$ 
  - optimalno drevo z višino  $h$  za nek  $n$
  - ima  $L = 2^h \geq n!$  listov (vse permutacije)
  - višina:  $h \geq \lg L \geq \lg(n!)$
  - Stirlingova formula:  $n! = \sqrt{2\pi n} \left(\frac{n}{e}\right)^n$
  - $h \geq n \lg n$
  - 
  - št. primerjav  $C(n) \geq n \lg n$
  - št. primerjav  $C(n) = \Omega(n \lg n)$