

3. izpit iz Matematičnega modeliranja

29. 8. 2014

1. Krivulja v ravnini je podana s predpisom

$$\mathbf{r}(t) = \left(t + \frac{1}{t}, 2 \log t\right).$$

- (a) Zapišite enačbo tangente na krivuljo v točki $(\frac{5}{2}, 2 \log 2)$.
- (b) Izračunajte dolžino loka krivulje od točke $(2, 0)$ do $(\frac{10}{3}, 2 \log 3)$.

2. Podana je matrika $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & -11 \\ 3 & 2 & 1 & 7 \\ 5 & 3 & 1 & -4 \end{bmatrix}$.

(a) Določite vsaj en posplošen inverz matrike A

(b) Prepričajte se, da je sistem

$$Ax = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

rešljiv in s pomočjo točke (a) določite vse rešitve tega sistema.

3. Pravijo, da lahko jutrišnje vreme najbolj zanesljivo napovemo tako, da rečemo, da bo enako kot danes.

Denimo, da je ta izjava resnična v 75% primerih, ko napovedujemo le deževne ali suhe dni. To pomeni, da če je danes suho vreme, bo jutri suho z verjetnostjo $\frac{3}{4}$ in deževno z verjetnostjo $\frac{1}{4}$. In če je danes deževno vreme, bo jutri deževno z verjetnostjo $\frac{1}{4}$ in suho z verjetnostjo $\frac{3}{4}$.

- (a) Denimo, da je danes suho vreme. Koliko je verjetnost, da bo čez tri dni tudi suho vreme?
- (b) Pokažite, da obstaja limitno stanje markovske verige, določeno z omenjenim poenostavljenim napovedovanjem vremena.
- (c) S kolikšnimi verjetnostmi bo po zelo (zelo, zelo) veliko dneh vreme deževno?

4. Utež z maso $m = 1\text{kg}$, ki je pripeta na vzmet in potopljena v tekočino, zmaknemo iz mirovne lege za $x_0 = 0.5\text{m}$ in spustimo. Enačba gibanja uteži je $\ddot{x} + 3\dot{x} + 2x = 0$.
- (a) Poiščite funkcijo $x(t)$, ki opisuje gibanje uteži.
 - (b) Koliko daleč od mirovne lege bo utež ob času $t = 1$?
 - (c) Ali bo utež zanihala? Za koliko bo najbolj oddaljena od mirovne lege?