

Izpit iz Matematičnega modeliranja

3. 9. 2015

1. Podana je matrika $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$.

- (a) Določite vsaj en posplošen inverz matrike A
- (b) S pomočjo točke (a) določite vse rešitve sistema

$$Ax = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

2. Če opazujemo sposobnosti delavcev za neko delo, lahko ocenimo sposobnosti vsakega delavca z ocenami nekvalificiran, kvalificiran ali izjemen. Med sinovi izjemnih delavcev je 80% izjemnih, 10% kvalificiranih in 10% nekvalificiranih. Med sinovi kvalificiranih delavcev je 20% izjemnih, 60% kvalificiranih in 20% nekvalificiranih, med sinovi nekvalificiranih delavcev pa je 20% izjemnih, 20% kvalificiranih in 60% nekvalificiranih. Predpostavimo, da ima v opazovanih rodbinah vsak moški vsaj enega sina.

- (a) Zapišite matriko prehodov stanj markovske verige, ki je določena s sposobnostmi moških za opravljanje dela.
- (b) Pokażite, da obstaja limitno stanje te markovske verige.
- (c) Koliko je verjetnost, da je po zelo (zelo, zelo) veliko generacijah potomec nekvalificiranega delavca izjemen pri delu?

3. Dva superheroja brzita vsak po svojem tiru skozi prostor reševati svet. Tir prvega je podan s parametrizirano krivuljo $\mathbf{r}_1(t) = (t, t^2, t^3)$, tir drugega pa z $\mathbf{r}_2(t) = (1 + 2t, 1 + 6t, 1 + 14t)$, kjer je parameter t čas.

- (a) Kje se sekata njuna tira (če se)? V prvem presečišču zapišite enačbi obeh tangent (zamislite si, da vsak od obeh superherojev v presečišču odda signal, ki potuje v smeri tangente na njegov tir, in seveda nas zanima, kam gre...)
- (b) Ali se bosta superheroja kdaj srečala, če sta na pot odbrzela istočasno? Če da, kdaj (pri kakšnem t) in kje (v kateri točki)?

4. Poiščite splošno rešitev

- (a) homogene linearne diferencialne enačbe $x'' + 2x' - 3x = 0$,
- (b) nehomogene linearne diferencialne enačbe $x'' + 2x' - 3x = 3t - 5$.