

# Izpit iz Matematičnega modeliranja

21. 6. 2016

1. Določite parametra  $a$  in  $b$  tako, da se bo graf funkcije

$$f(x) = a \cos x + b \sin x$$

najbolje prilagal točkam  $(0, 0)$ ,  $(\pi/2, 1)$  in  $(\pi/4, 0)$ .

- Zapišite (predoločen) sistem linearnih enačb za parametra  $a$  in  $b$ .
  - Poiščite Moore–Penroseov inverz  $A^+$  matrike  $A$  tega sistema.
  - S pomočjo Moore–Penroseovega inverza poiščite vrednosti za  $a$  in  $b$  po metodi najmanjših kvadratov.
2. Gorska kolesarka se poda na strm spust, kjer ji preti več nevarnosti. Zaradi pretiranega zaviranja lahko odpovejo zavorne čeljusti. To se zgodi z verjetnostjo 0.3. Zaradi ostrih skal se lahko predre plašč, zaradi gladkih kamnov pa lahko izgubi ravnotežje. Oboje se zgodi z verjetnostjo 0.2. Če odpovejo zavorne čeljusti, pade z verjetnostjo 0.6, sicer pa konča spust brez padca. Če se predre plašč, bo padla z verjetnostjo 0.2, sicer bo uspešno končala spust brez padca. Če zdrsne in izgubi ravnotežje, bo padla z verjetnostjo 0.5, sicer se bo ulovila in končala spust. Tudi če se ji ne zgodi nič od naštetega, bo zaradi kakšnega nepredvidenega dogodka (ali medveda) padla z verjetnostjo 0.1, sicer pa bo spust zvozila.
- Zapišite matriko prehodnih stanj kolesarke med spustom.
  - Koliko absorbirajočih stanj ima ta markovska veriga?
  - Določite verjetnost, da kolesarska brez padca konča spust.
3. Poiščite vse točke na krivulji s parametrizacijo

$$\begin{aligned}x(t) &= t^2 - 2t \\y(t) &= t^3 - 3t,\end{aligned}$$

v katerih je tangenta

- vodoravna,
- navpična,
- vzporedna vektorju  $[1, 1]^T$ .

Krivuljo približno narišite! Ali je krivulja gladka? Zakaj?

4. Poiščite rešitev sistema diferencialnih enačb

$$\begin{aligned}\dot{x} &= y \\ \dot{y} &= x\end{aligned}$$

z začetnim pogojem  $x(0) = 0$ ,  $y(0) = 1$ .

Določite lastne smeri sistema in narišite fazno sliko. Kakšna stacionarna točka je točka  $(0, 0)$ ?