Newtonovi fraktali

Newtonovo iteracijo za reševanje sistemov nelinearnih enačb lahko izkoristimo za risanje t.i. Newtonovih fraktalov. Pri praktično vsakem sistemu nelinearnih enačb, ki ima več rešitev, so meje med območji konvergence Newtonove iteracije k različnim rešitvam fraktalno zapletene množice. Narišemo jih lahko tako, da si izberemo pravokotno mrežo točk v ravnini (v primeru sistema dveh enačb), ki jih uporabimo kot začetne približke pri reševanju izbranega sistema, barvo in odtenek točke pa izberemo glede na rešitev, ki ji iteracija konvergira, lahko pa tudi glede na število korakov, ki je potrebno za konvergenco.

Naloga je, da na tak način ustvarite čim več zanimivih slik in animacij fraktalov.

Nekaj predlogov

- eno vrsto Newtonovih fraktalov dobimo pri reševanju nelinearnih enačb s kompleksnimi spremenljivkami. V tem primeru lahko funkcijo dveh (realnih) spremenljivk, ki ji iščemo ničlo, in tudi njen odvod implementiramo kot funkcijo ene kompleksne spremenljivke (tako ni potrebno eksplicitno izraziti Jacobijeve matrike), za začetne pogoje pa izbiramo točke v kompleksni ravnini. Zanimive fraktale se lahko dobi že pri reševanju kvadratne enačbe, vseeno pa preiskusite še kakšne enačbe višjih stopenj ali enačbe, kjer nastopajo transcedentne funkcije (npr. sin, cos, ...).

- narišite še kakšne fraktale, ki jih dobimo pri reševanju sistemov realnih enačb. Ti se že na pogled razlikujejo od fraktalov, ki jih dobimo pri iskanju ničel kompleksne (holomorfne) funkcije. Uporabite lahko tudi sisteme, ki jih rešujemo na vajah, na primer pri iskanju presečišč dveh parametrično podanih krivulj v ravnini.

- s spreminjanjem parametrov, ki nastopajo v enačbah, lahko fraktale tudi animiramo. V Julia je možno implementirati računanje fraktalov dovolj hitro, da animacija poteka v realnem času, ni pa potrebno. Animacijo lahko tudi samo shranite kot `gif` datoteko.