

Ray-tracing

Razširjena metoda v računalniški grafiki je tako imenovan *ray-tracing*, ki je uporabna zlasti kadar želimo doseči fotorealistične efekte, nimamo pa hudih omejitev za čas, ki ga lahko porabimo, da narišemo sliko (torej praviloma ni primerna za renderiranje slik v realnem času). Različic te metode je veliko in imajo različna imena, osnovna ideja vseh takšnih metod pa je, da sledimo svetlobnim žarkom (ki jih pošiljamo iz svetlobnega vira ali iz kamere, če želimo hitrejšo metodo, ali oboje), poiščemo točke, kjer svetlobni žarki zadenejo objekte v danem prostoru, izračunamo kote, pod katerim se žarki odbijejo (ali lomne kote, če je objekt vsaj deloma prepusten za svetlobo), morda sledimo odbitemu žarku do enega ali več naslednjih odbojev, in točko na zaslonu pobarvamo glede na lastnosti materiala, odbojnega kota, kje je žarek končal pot, števila odbojev (če dopuščamo več odbojev) itd. Matematično gledano, je glavni problem v tem, kako izračunati presečišča in odboje svetlobnih žarkov (ki jih praviloma predstavimo s premicami) z objekti v prostoru. Kako zahteven je ta problem, je odvisno od tipa in predstavitve objekta, na časovno zahtevnost algoritma pa vplivajo seveda tudi število objektov, njihova kompleksnost, število odbojev oz. lomov, ki jih dopuščamo, lasnosti materialov in svetlobne efekte, ki jih upoštevamo.

Opis naloge

V domači nalogi bi se osredotočili na tip objektov, ki lahko predstavljajo veliko različnih oblik, imajo pa načeloma zelo enostaven in enoten matematičen opis: ploskve podane kot rešitve enačbe oblike

$$f(x, y, z) = 0. \quad (1)$$

V tak tip objektov spadajo recimo:

1. Ravnine. Ravnine so določene z enačbo

$$ax + by + cz = d$$

2. Krogle. Krogla s središčemo v (x_0, y_0, z_0) in polmerom r ima enačbo

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = r^2$$

Podobne enačbe določajo elipsiode in ostale ploskve drugega reda.

3. Grafi funkcij dveh spremenljivk. Če imamo funkcijo dveh spremenljivk $z = u(x, y)$, lahko to prepišemo v

$$z - u(x, y) = 0$$

in imamo enačbo oblike (1).

Ali bomo žarke pošiljali iz svetlobnega vira ali kamere, ali bomo sledili odbitemu žarku ali tudi lomu svetlobe, ali bomo dopuščali več odbojev ali več objektov in kakšne konkretne lastnosti materialov bomo upoštevali pri določanju barve, prepuščamo pobudi študentov, ki si lahko pri tem pomagajo s poljubnimi viri, ki jih sami najdejo. V vsakem primeru pa moramo znati izračunati presečišče žarka in objekta in izračunati odboj ali lom žarka.

Žarek z izhodiščem v točki $T_0(x_0, y_0, z_0)$ in smerjo $\vec{v} = (a, b, c)$ predstavimo z enačbami

$$\begin{aligned}x(t) &= x_0 + at \\y(t) &= y_0 + bt \\z(t) &= z_0 + ct,\end{aligned}\tag{2}$$

kjer je $t \geq 0$ parameter. Začnemo torej žarek v točki (x_0, y_0, z_0) (kjer je $t = 0$) in se premikamo vzdolž žarka, tako da povečujemo parameter t za določen korak, dokler ne zaznamo spremembo predznaka funkcije $f(x, y, z)$ iz enačbe (1), sprememba predznaka te funkcije namreč pomeni, da je žarek trčil ob ploskev. Ali na tak način dejansko zaznamo trk, je lahko odvisno od velikosti koraka, ki ga je zato potrebno pametno izbrati. Če je prevelik, lahko zgrešimo primer, ko premica dvakrat seka ploskev, če je premajhen, pa lahko iskanje presečišč predolgo traja. Ko smo enkrat našli presečišče na intervalu $[t_1, t_2]$, ga moramo natančneje izračunati. Predlagamo uporabo Newtonove metode, da rešimo enačbo

$$g(t) := f(x_0 + at, y_0 + bt, z_0 + ct) = 0,\tag{3}$$

z začetnim približkom recimo na sredini intervala, torej v točki, kjer je $t = (t_1 + t_2)/2$. Odvod funkcije v (3), ki ga potrebujemo za Newtonovo metodo, se izračuna po formuli

$$g'(t) = af_x(x_0+at, y_0+bt, z_0+ct) + bf_y(x_0+at, y_0+bt, z_0+ct) + cf_z(x_0+at, y_0+bt, z_0+ct),$$

kjer so f_x , f_y in f_z parcialni odvodi funkcije f po x , y in z .

Ko izračunamo presečišče premice s ploskvijo, recimo, da to presečišče označimo s $T_1(x_1, y_1, z_1)$, dobimo normalo na ploskev v tej točki kot

$$\vec{n} = (f_x(x_1, y_1, z_1), f_y(x_1, y_1, z_1), f_z(x_1, y_1, z_1)).$$

Smer odbitega ali ulomljenega žarka, vpadni kot in ostalo lahko potem določimo z uporabo elementarne geometrije iz vektorjev \vec{v} in \vec{n} . Za začetek lahko preiskujete dve možnosti:

1. Izračunate presečišče žarka, ki izhaja iz kamere, z objektom in barvo določite na podlagi kosinusa kota med normalo in vektorjem med presečiščem in svetlobnim virom.
2. Izračunate presečišče žarka, ki izhaja iz kamere, z objektom in barvo določite na podlagi kosinusa kota med odbitim žarkom in svetlobnim virom.