

Problem milijon teles

Imamo n teles v prostoru z masami m_i ($i = 1, \dots, n$), ki se gibljejo pod vplivom medsebojnih sil gravitacije. Radi bi preučili dinamiko takega sistema.

Za primer $n = 2$ je možno analitično izračunati vse možne rešitve, vsaj za točkaste mase. Že za problem treh teles pa ni več mogoče analitično v vsej splošnosti zapisati rešitve, ampak je to možno samo za posebne primere.

Za primer, ko je n več tisoč ali milijonov (na primer simulacije trka galaksij), se da analitično povedati kaj o kvalitativnih lastnostih takih sistemov, sicer pa ni druge izbire kot da računamo numerične približke gibanja.

Enačbe gibanja za tak sistem ni težko zapisati. Rešiti je treba Newtonove enačbe

$$\ddot{\mathbf{x}}_i = \sum_{j \neq i} G \frac{m_j}{|\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i|^3} (\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i), \text{ za } i = 1, \dots, n \quad (1)$$

kjer je $\mathbf{x}_i = (x_i, y_i, z_i)$ položaj i -te mase in G gravitacijska konstanta (ki je za naše potrebe lahko tudi 1). Tu smo seveda predpostavili, da so mase točkaste, kar je smiselno, če so radiji objektov zanemarljivi v primerjavi z razdaljami (in tudi v primeru, če so objekti okrogli in homogeni).

Glavni problem je v tem, da moramo pri naivnem pristopu na vsakem koraku (mogoče večkrat) izračunati $n - 1$ sil za vsako od n mas, torej je časovna zahtevnost računanja sil reda n^2 , kar je lahko pri večjih n -jih precej počasno.

Sama simulacija vsaj za manjše število teles torej ni posebej zahtevna, večji del truda boste morali vložiti v to, da bo simulacija potekala dovolj hitro tudi za večje število. Zato bo simulacijo potrebno izvesti v okolju oz. jeziku, ki je hitrejši kot octave. Najbolje bi bilo če bi lahko računanje izvedli na GPU (vendar ni nujno). Uporabite pa lahko tudi kakšne druge trike, s katerimi lahko pospešite računanje.

Naloga

1. Napišite funkcijo, ki računa gibanje velikega števila teles na podlagi enačbe (1). Program mora biti dovolj učinkovit, da lahko v realnem času vidimo potek dogajanja vsaj za nekaj tisoč teles.
2. Preiskusite vsaj na dveh primerih začetnih pogojev:
 - (a) galaksija, kjer na začetku zvezde krožijo okrog središča
 - (b) mimobežni galaksiji oz. galaksiji, ki se trčita