

1. Lemniskata je polarnih koordinatah dana s predpisom

$$r(\phi) = a\sqrt{\cos 2\phi}.$$

Poišči parametrizacijo za lemniskato in izračunaj ploščino ene od zank.

2. Poišči dolžino krivulje K s parametrizacijo

$$\mathbf{p}(t) = [t^2 \cos t, t^2 \sin t]^\top, t \in [0, 2\pi].$$

3. Poišči ločno dolžino enega 'loka' cikloide s parametrizacijo

$$\mathbf{q}(t) = [t - \sin t, 1 - \cos t]^\top, t \in [0, 2\pi].$$

Kolikšna je ploščina območja med tem lokom in x -osjo?

(Cikloida je krivulja, ki jo opiše točka na obodu kroga s polmerom r med kotaljenjem po premici. Zgornja parametrizacija opisuje cikloido za $r = 1$ pri kotaljenju vzdolž x -osi.)

4. **Obseg in ploščina poligona.** Poligon P v ravnini predstavimo z zaporedjem točk A_1, A_2, \dots, A_k . Napiši funkciji $l = \text{obseg}(A)$ in $p_l = \text{ploscina}(A)$, ki vrmeta obseg in ploščino poligona P . Podatke predstavimo z matriko:

$$A = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & \cdots & x_k \\ y_1 & y_2 & \cdots & y_k \end{bmatrix}.$$

Dodatno: V obeh funkcijah preveri, če zaporedje točk A_1, A_2, \dots, A_k res predstavlja poligon. Sicer naj funkciji vrmeta napako.

5. Ploskev v \mathbb{R}^3 je dana implicitno z enačbo

$$\left(R - \sqrt{x^2 + y^2}\right)^2 + z^2 = r^2,$$

kjer sta $R > r$ dani pozitivni števili.

- (a) Prepričaj se, da je

$$x(\phi, \theta) = (R + r \cos \theta) \cos \phi$$

$$y(\phi, \theta) = (R + r \cos \theta) \sin \phi$$

$$z(\phi, \theta) = r \sin \theta$$

parametrizacija te ploskve.

- (b) Za $R = 2$ in $r = 1$ poišči enačbo tangentne ravnine na to ploskev v točki $T(1, \sqrt{3}, 1)$ na dva načina; prvič uporabi implicitno enačbo, drugič parametrizacijo.