1. Zaporedje (a_n) je dano rekurzivno

$$a_0 = 3, a_{n+1} = \sqrt{2 + a_n}.$$

   (a) Preveri, da je zaporedje (a_n) padajoče in velja $a_n \geq 2$ za vsako naravno število n.

   (b) Koliko je $\lim\limits_{n\to\infty} a_n$?

2. Naj bo (a_n) zaporedje $a_n = \frac{1}{n(n+1)}$.

   (a) Poišči $\lim_{n\to\infty} a_n$.

   (b) S formulo izrazi N-to delno vsoto vrste

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)},$$

   tj. $S_N = a_1 + a_2 + \cdots + a_N$. (*Namig:* Zapiši $\frac{1}{n(n+1)}$ kot vsoto parcialnih ulomkov.)

   (c) Seštej zgornjo vrsto; izračunaj limito delnih vsot $\lim_{N\to\infty} S_N = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$.

3. Izračunaj vsote naslednjih geometrijskih vrst:

   (a) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{4^n}$

   (b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{10}{3^n}$

   (c) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{2^n}{3^{2n-1}}$

   (d) $\displaystyle\frac{3}{2} + 1 + \frac{2}{3} + \frac{4}{9} + \frac{8}{27} + \ldots$

   (e) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-2)^n}{3 \cdot 2^{3n-2}}$

   (f) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{x}{2}\right)^{3n}$, za tiste $x \in \mathbb{R}$, za katere vrsta konvergira.

4. Kateri racionalni ulomek ima decimalni zapis $0.\overline{12}$? Pomagaj si s primerno geometrijsko vrsto.