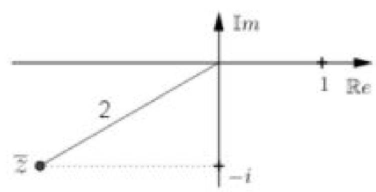
Ime in priimek: ______________________________ Vpisna številka: ______________________

Izpit iz Matematike - teoretični del, RI VS FRI UL

Naloge rešite na ločen papir. Obkrožite pravilen rezultat. Oddajte le list z obkroženimi rešitvami. Naloga ima lahko tudi več pravilnih rešitev. Vsaka pravilno obkrožena rešitev prinaša 10 točk. Vsaka nepravilno obkrožena rešitev prinaša -2 točki.

---

1. Na sliki je prikazana konjugirana vrednost kompleksnega števila z. Torej $\overline{z}$. Koliko je z?



   A) $2+i$ B) $\sqrt{3}+i$ C) $-\sqrt{3}-i$

   D) $2-i$ E) $\sqrt{3}-i$ F) $-\sqrt{3}+i$

---

2. Kako se z iz zgornje naloge zapiše v polarnem zapisu $r \cdot e^{i\varphi} = r \cdot (\cos\varphi + i\sin\varphi)$?

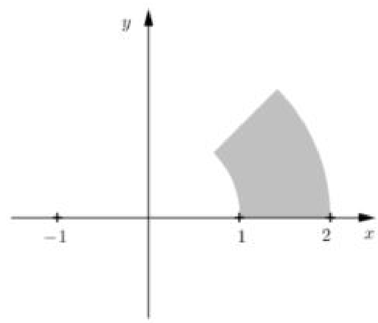
   A) $2 \cdot e^{i\frac{\pi}{3}}$ B) $2 \cdot e^{i\frac{\pi}{6}}$ C) $2 \cdot e^{i\frac{5\pi}{6}}$ D) $2 \cdot e^{i\frac{2\pi}{3}}$ E) $2 \cdot e^{-i\frac{\pi}{6}}$ F) $2 \cdot e^{i\frac{7\pi}{6}}$

---

3. Kompleksno število je mogoče zapisati v kartezičnih in v polarnih koordinatah. Če zapišemo

$$z = x + iy = r \cdot e^{i\varphi} = r \cdot (\cos\varphi + i\sin\varphi),$$

   kateri pogoj določa skicirano območje:



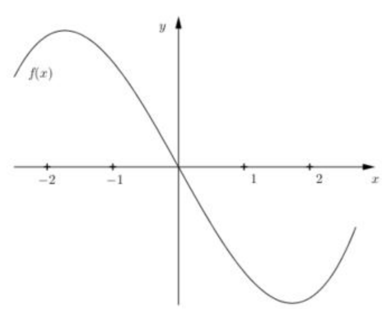
   A) $2 \leq r \leq 1$ in $0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{4}$ B) $0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{4}$ in $1 \leq r \leq 2$

   C) $0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{6}$ in $1 \leq r \leq 2$ D) $2 \leq r \leq 1$ in $0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{6}$

   E) $r = \sqrt{x^2+y^2}$ in $\varphi = \arctan\frac{y}{x}$ F) $x = r \cdot \cos\varphi$ in $y = r \cdot \sin\varphi$

---

4. Na sliki je graf funkcije $f(x)$. Katero lastnost ima funkcija $f(x)$?



   A) $f(1) \geq 0$ B) $f'(1) \geq 0$ C) $f''(1) \geq 0$

   D) $f(-1) \leq 0$ E) $f'(-1) \geq 0$ F) $f''(-1) \geq 0$

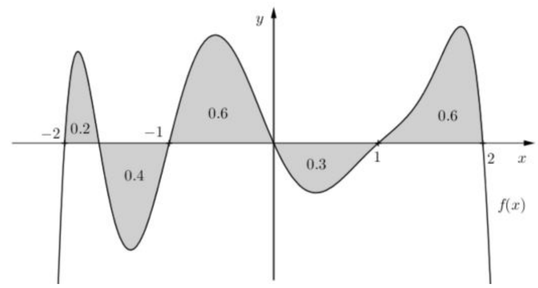
   G) $f(-1) \geq 0$ H) $f'(0) = 0$ I) $f''(1) \leq 0$

   J) $f(-1) = 0$ K) $f'(-1) = 0$ L) $f''(-1) = 0$

   M) $f(1) = 0$ N) $f'(1) = 0$ O) $f''(1) = 0$

   P) je soda R) $f'(-1) \leq 0$ S) je padajoča

5. Na sliki je skica grafa funkcije $f(x)$ in vpisane so ploščine posameznih osenčenih delov. Kateri določeni integral je pravilno izračunan?



A) $\int_{-2}^{0} f(x)dx = 1.2$ B) $\int_{-1}^{1} f(x)dx = 0.9$

C) $\int_{0}^{1} f(x)dx = 0.3$ D) $\int_{-1}^{2} f(x)dx = 0.9$

E) $\int_{0}^{-2} f(x)dx = -1.2$ F) $\int_{-1}^{1} f(x)dx = -0.9$

---

6. Trije (neničelni) vektorji $\vec{a}$, $\vec{b}$ in $\vec{c}$ so komplanarni (ležijo v isti ravnini). Za vektorja $\vec{d}$ in $\vec{e}$ pa velja $\vec{d} = \vec{a} + \vec{b}$ in $\vec{e} = \vec{a} \times \vec{b}$. Katera lastnost velja?

A) $\vec{c} \cdot \vec{d} = 0$ B) $\vec{c} \times \vec{d} = \vec{0}$ C) $|d| \geq |c|$

D) $|c| \geq |d|$ E) $\vec{d} \cdot \vec{e} = 0$ F) $\vec{d} \times \vec{e} = \vec{0}$

---

7. Rešiti moramo sistem treh linearnih enačb s tremi neznankami x, y in z. Tak sistem enačb lahko zapišemo v matrični obliki

$$A \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix},$$

kjer je A matrika velikosti 3×3. Trojki (x_0, y_0, z_0), ki ustreza vsem trem enačbam, rečemo rešitev sistema. Katera izmed trditev je gotovo pravilna?

A) $(0,0,0)$ je vedno rešitev. B) $\det(A) \neq 0 \Longrightarrow$ obstaja rešitev

C) $\det(A) = 0 \Longrightarrow$ obstaja rešitev. D) $\det(A) \neq 0 \Longrightarrow (0,0,0)$ je rešitev

E) $\det(A) = 0 \Longrightarrow$ obstaja več rešitev. F) Obstajajo vsaj tri rešitve.

---

8. Podane so matrike

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Katere determinante so pravilno izračunane?

A) $\det(B \cdot C + A) = 8$ B) $\det(D + C \cdot B) = 8$ C) $\det(A \cdot B + B) = 2$

D) $\det(D \cdot C + C) = 6$ E) $\det(C \cdot B + D) = 3$ F) $\det(A + B \cdot C) = 2$