

Osnove matematične analize

1. izpit

26. januar 2012

Vsaka naloga je vredna 25 točk. Za 100% morate pravilno rešiti vse naloge. Čas pisanja je 45 minut. Uporaba pripomočkov (razen pisala) ni dovoljena. Odgovore **čitljivo** napišite v prostor pod vprašanji. Če prostora zmanjka, uporabite pomožni A3 list, vendar dobro označite, kje je odgovor.

1. Kaj je zgornja meja M in kaj je natančna zgornja meja $\sup A$ množice $A \subset \mathbf{R}$

Za naslednje množice ugotovite, ali imajo natančno zgornjo mejo $\sup A$, in jo, če jo imajo, tudi poiščite.

(a) $A = \{x \in \mathbf{R}; |x + 3| < 2\}$

(b) A je definicijsko območje funkcije $f(x) = \log(x^2 - 1)$

(c) $A = \left\{ \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n ; n \in \mathbf{N} \right\}$,

2. Za funkcijo $F(x) = \int_0^x \frac{1-t^2}{\sqrt{t^4+1}} dt$

(a) zapišite njen odvod,

(b) določite območja padanja in naraščanja

(c) poiščite lokalne ekstreme.

3. Na predavanjih smo definirali funkcijo $\text{sign}(x) = \begin{cases} 1 & ; x > 0 \\ 0 & ; x = 0 \\ -1 & ; x < 0 \end{cases}$

Določite definicijsko območje, zalogo vrednosti in narišite graf funkcije $f(x) = \text{sign}(\log x)$. Ali je $f(x)$ zvezna? Če ni, poiščite točke nezveznosti in v vsaki izračunajte levo in desno limito, če obstajata.

4. Kaj pomeni oznaka $\int_a^\infty f(x) dx$?

Izračunajte $\int_1^\infty \frac{1}{x(x+1)} dx$.