

Ime in priimek: _____

Vpisna številka: _____

Izpit iz Osnov matematične analize 22. januar 2014

- Čas pisanja: **45 minut**
- Vse rezultate zapišite na ta papir, pomožni izračuni z utemeljitvijo morajo biti priloženi.
- Vsi deli nalog so enakovredni.
- Prepisovanje, pogovarjanje in uporaba knjig, zapiskov, prenosnega telefona in drugih pripomočkov je **strogo** prepovedano.

1. [20 točk] Absolutna vrednost

(a) Zapišite definicijo absolutne vrednosti kompleksnega števila $z \in \mathbb{C}$.

(b) Zapišite v obliki enačbe naslednji pogoj:

Število z je v kompleksni ravnini enako oddaljeno od števil 1 in $1 + i$.

(c) Poiščite vsa kompleksna števila, ki zadoščajo zgornjemu pogoju in jih narišite v kompleksni ravnini.

(d) Poiščite vsa kompleksna števila z , ki so enako oddaljena od števil 1, $1 + i$ in -1 in jih narišite v kompleksni ravnini.

2. [20 točk] Zaporedja

- (a) Število L je limita zaporedja a_n , če _____
_____.

Za vsakega od naslednjih zaporedij določite, ali je konvergentno. Če je, zapišite limito.

(b) $b_n = \frac{2^n}{5^n}$

(c) $c_n = \sin\left(\frac{n\pi}{2}\right)$

(d) $d_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{2n}$

3. [20 točk] Funkcije

- (a) Zapišite definicijo odvoda funkcije f v točki a .

- (b) Če v neki točki a velja $f'(a) = 0$ in $f''(a) > 0$, ali je v točki a lokalni ekstrem? Če da, kakšen?

(c) Za funkcijo $f(x) = \frac{x^2}{1-x}$ določite njen odvod.

(d) Določite stacionarne točke funkcije $f(x) = \frac{x^2}{1-x}$.

4. [20 točk] Nedoločeni in določeni integral

(a) Kaj je povprečna vrednost funkcije $f(x)$ na intervalu $[a, b]$?

(b) Izračunajte povprečno vrednost funkcije $f(x) = \cos x$ na intervalu $[-\pi, \pi]$.

(c) Izračunajte povprečno vrednost funkcije $f(x) = |\cos x|$ na intervalu $[-\pi, \pi]$.

(d) Zapišite odvod funkcije $F(x) = \int_{-\pi}^x \cos(t^2) dt$.

5. [20 točk] Diferencialne enačbe

(a) Poiščite splošno rešitev diferencialne enačbe $y' = -\frac{y}{x}$.

(b) Poiščite tisto rešitev diferencialne enačbe v točki (a), ki gre skozi točko (1, 1).

(c) Naj bo $x(t)$ količina neke radioaktivne snovi ob času t . Zapišite v obliki diferencialne enačbe naslednjo trditev: *Hitrost razpadanja radioaktivne snovi je sorazmerna preostali količini.*

(d) Zapišite splošno rešitev v (c) dobljene enačbe.