

1. kolokvij iz Osnov matematične analize

(Ljubljana, 5. 12. 2013)

Čas reševanja: 90 minut. Naloge so enakovredne. Preberi celotno besedilo vsake naloge. Dovoljena je uporaba enega lista velikosti A4 z obrazci. Rezultati bodo objavljeni na *ucilnica.fri.uni-lj.si*.

Vse odgovore dobro utemelji!

1. Poišči vse kompleksne rešitve enačbe

$$(z^3 + 1)(z - \bar{z} - 2i) = 0$$

2. Naj bo zaporedje (a_n) podano rekurzivno z začetnim členom $a_1 = 0$ in splošno zvezo

$$a_{n+1} = \frac{a_n^2 + 6}{5}$$

- (a) Z indukcijo dokaži, da je zaporedje navzgor omejeno z 2.
- (b) Dokaži, da je zaporedje naraščajoče.
- (c) Dokaži, da je zaporedje konvergentno ter izračunaj limito.

3. Podana je funkcija $f(x) = \log\left(\frac{x}{x-1}\right)$.

- (a) Določi definicijsko območje in ničle funkcije.
- (b) Nariši grafa funkcij $g(x) = \frac{x}{x-1}$ in $f(x) = \log\left(\frac{x}{x-1}\right)$ v isti koordinatni sistem.
- (c) Izračunaj enačbo tangente na graf funkcije f v točki $x = 2$.

4. Naj bo

$$f(x, y) = \frac{2 - y^2}{1 + x^2}$$

- (a) Skiciraj nivojnici za $c = 0$ in $c = 1$.
- (b) Izračunaj gradient funkcije f v točki $(1, 1)$.
- (c) V kateri smeri vrednost funkcije f najhitreje naraste, če se malo premaknemo iz točke $(1, 1)$?

Vse odgovore dobro utemelji!

1. kolokvij iz Osnov matematične analize

(Ljubljana, 5. 12. 2013)

Čas reševanja: 90 minut. Naloge so enakovredne. Preberi celotno besedilo vsake naloge. Dovoljena je uporaba enega lista velikosti A4 z obrazci. Rezultati bodo objavljeni na ucilnica.fri.uni-lj.si.

Vse odgovore dobro utemelji!

1. Poišči vse kompleksne rešitve enačbe

$$(z^3 + 1)(z - \bar{z} - 2i) = 0$$

2. Naj bo zaporedje (a_n) podano rekurzivno z začetnim členom $a_1 = 0$ in splošno zvezo

$$a_{n+1} = \frac{a_n^2 + 6}{5}$$

- (a) Z indukcijo dokaži, da je zaporedje navzgor omejeno z 2.
- (b) Dokaži, da je zaporedje naraščajoče.
- (c) Dokaži, da je zaporedje konvergentno ter izračunaj limito.

3. Podana je funkcija $f(x) = \log\left(\frac{x}{x-1}\right)$.

- (a) Določi definicijsko območje in ničle funkcije.
- (b) Nariši grafa funkcij $g(x) = \frac{x}{x-1}$ in $f(x) = \log\left(\frac{x}{x-1}\right)$ v isti koordinatni sistem.
- (c) Izračunaj enačbo tangente na graf funkcije f v točki $x = 2$.

4. Naj bo

$$f(x, y) = \frac{2 - y^2}{1 + x^2}$$

- (a) Skiciraj nivojnici za $c = 0$ in $c = 1$.
- (b) Izračunaj gradient funkcije f v točki $(1, 1)$.
- (c) V kateri smeri vrednost funkcije f najhitreje naraste, če se malo premaknemo iz točke $(1, 1)$?

Vse odgovore dobro utemelji!