

1. kolokvij iz Osnov matematične analize

(Ljubljana, 24. november 2016)

Čas reševanja: 90 minut. Naloge so enakovredne. Preberi celotno besedilo vsake naloge. Dovoljena je uporaba dveh listov velikosti A4 z obrazci. Rezultati bodo objavljeni na *ucilnica.fri.uni-lj.si*.

Vse odgovore dobro utemelji!

1. Naj bo dano kompleksno število

$$w = \frac{1+i}{1-i}$$

- (a) Zapiši realni in imaginarni del števila w .
- (b) Zapiši število w v polarni obliki.
- (c) S pomočjo polarne zapisa in de Moivreove formule poišči vse rešitve enačbe $z^2 = w$.

2. Rekurzivno zaporedje $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ je podano z začetnim členom $a_0 = 2$ ter z rekurzivno formulo

$$a_{n+1} = 1 - \frac{4}{a_n + 3}.$$

- (a) Izračunaj a_1 in a_2 .
- (b) Poišči kandidate za limito zaporedja a_n .
- (c) Z indukcijo pokaži, da je zaporedje a_n omejeno navzdol z -1 , nato pa še, da je zaporedje padajoče. Kaj je limita?

3. Določi konstanti a in b tako, da bo funkcija f , definirana s predpisom

$$f(x) = \begin{cases} -x - 5 & ; x \leq -2, \\ ax^2 + b & ; -2 < x < 1, \\ \log(x) & ; x \geq 1 \end{cases}$$

zvezna na vsej realni osi. Pri tako določenih a in b poišči zalogo vrednosti funkcije f ter ugotovi, ali je injektivna.

4. Poišči vse točke x , kjer tangenta na graf funkcije $f(x) = x^3 - 6x^2 + 10x - 4$ oklepa z osjo x kot $\frac{\pi}{4}$ in v vsaki dobljeni točki zapiši enačbo tangente.

Vse odgovore dobro utemelji!