

Osnove matematične analize: drugi kolokvij

10. januar 2022

Čas pisanja je 90 minut. Dovoljena je uporaba 1 lista A4 formata s formulami in navadnega kalkulatorja. Uporaba grafičnega kalkulatorja ali drugih pripomočkov ni dovoljena. Vse odgovore dobro utemelji!
Vsako nalogo piši na svojo stran. Če ne rešuješ na izpitno polo, se na vsak list zgoraj podpiši, navedi številko naloge ter naloge skeniraj po vrsti. Hvala!

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Vpisna številka

1	
2	
3	
4	
Σ	

1. naloga (25 točk)

Podana je funkcija

$$f(x) = \frac{x - 3}{x + 1}.$$

a) (9 točk) Zapiši enačbo tangente na graf dane funkcije v točki $T(x_0, -1)$.

b) (9 točk) V katerih točkah je normala na graf funkcije f vzporedna premici $x + y = 2$.

c) (7 točk) Za katero vrednost parametra a je tangenta na graf v točki $T(x_0, -1)$ tudi tangenta parabole $y = ax^2 - (a + 1)x$?

2. naloga (25 točk)

Podana je funkcija dveh spremenljivk

$$f(x, y) = x^2 + y^2.$$

a) (5 točk) Določi definicijsko območje funkcije $f(x, y)$.

b) (5 točk) Skiciraj nivojnice funkcije $f(x, y)$.

c) (15 točk) Med točkami (x, y) v ravnini, ki zadoščajo zvezi $x + 2y = 1$ poišči tiste, za katere je $f(x, y)$ najmanjša. Rezultat geometrijsko interpretiraj.

3. naloga (25 točk)

Naj bo

$$f(x, y) = 3x^2y + y^3 - 3x^2 - 3y^2$$

a) (5 točk) Izračunaj gradient funkcije f .

b) (8 točk) Določi vse stacionarne točke funkcije f .

c) (4 točke) Izračunaj Hessejevo matriko funkcije f .

d) (8 točk) Klasificiraj vse stacionarne točke funkcije f .

4. naloga (25 točk)

Dani sta funkciji f in g

$$f(x) = x \left(x - \sqrt{\frac{\pi}{2}} \right), \quad g(x) = x \cos(x^2)$$

a) (13 točk) Izračunaj nedoločena integrala $\int f(x)dx$ in $\int g(x)dx$.

b) (6 točk) Določi najmanjšo strogo pozitivno ničlo funkcije g . Imata f in g kakšne skupne ničle?

c) (6 točk) Izračunaj ploščino omejenega območja med grafoma funkcij f in g . (Pri določanju intervala integriranja si pomagaj s prejšnjo točko.)

Če v rezultatih nastopajo koreni, π ... itd, jih pusti v taki obliki. Ni potrebno izraziti rezultata z decimalkami.