

Izpit iz Osnov matematične analize

1. september 2017

- Čas pisanja: **45 minut**
- Vse rezultate zapišite na ta papir, pomožni izračuni z utemeljitvijo morajo biti priloženi.
- Prepisovanje, pogovarjanje in uporaba knjig, zapiskov, prenosnega telefona in drugih pripomočkov je **strogo** prepovedana.

1. [20 točk] Kompleksna števila

- (a) Kaj je absolutna vrednost $|z|$ kompleksnega števila z ?
- (b) Narišite množici $A = \{z; |z - i| \leq 2\}$ in $B = \{z; |z - i| < |z - 1|\}$ v kompleksni ravnini.
- (c) Narišite sliki množic A in B s preslikavo $z \mapsto -1 + z(1 - i)$.
- (d) Narišite še sliki množic A in B s preslikavo $z \mapsto (z + 1)^2$.

2. [20 točk] Zaporedja in vrste

(a) Število L je limita zaporedja (a_n) , če _____
_____.

(b) Število M je zgornja meja zaporedja (b_n) , če _____
_____.

(c) Število M je natančna zgornja meja zaporedja (b_n) , če _____
_____.

(d) Dano je zaporedje $a_n = (-1)^n \left(\frac{n-1}{n+1} \right)$.

• Ali je navzgor omejeno? Če je, določite natančno zgornjo mejo.

• Ali je konvergentno? Če je, zapišite limito, če ni napišite zakaj ne.

3. [20 točk] Funkcije

(a) Funkcija $f(x)$ je zvezna v točki x_0 , če _____
_____.

(b) Za vsako funkcijo določite vrednost v točki 0 tako, da bo v tej točki zvezna, ali pa napišite, zakaj taka vrednost ne obstaja.

$$f(x) = |x|$$

$$f(x) = \frac{\sin x}{x}$$

$$f(x) = \frac{(\sin x)^2}{x}$$

$$f(x) = \frac{\sin x}{x^2}$$

$$f(x) = \arctan \frac{1}{x}$$

4. [20 točk] Odvod

(a) Zapišite definicijo parcialnega odvoda $f_x(x, y)$ funkcije f v točki (a, b) .

(b) Za funkcijo $f(x, y) = x^3 - 3xy - \frac{y}{x}$ zapišite $f_x(x, y)$.

(c) Ali se bo funkcijska vrednost funkcije iz točke (b) povečala ali pomanjšala, če se v točki $(1, 1)$ x koordinata malo poveča?

(d) V kateri smeri se moramo za malo premakniti iz točke $(1, 1)$, da bo funkcijska vrednost $f(x, y)$ funkcije iz točke (b) najhitreje padla?

