

1. Izpit iz OME

28. januar 2019

- Čas pisanja: **45 minut**
- Vse rezultate zapišite na ta papir, pomožni izračuni z utemeljitvijo morajo biti priloženi.
- Vsi deli nalog so enakovredni.
- Prepisovanje, pogovarjanje in uporaba knjig, zapiskov, prenosnega telefona in drugih pripomočkov je **strogo** prepovedana.

1. [15 točk] Kompleksna števila

(a) Izračunajte $|3 - 4i|$ ter imaginarni del števila $\left((37 + 29i) \cdot \overline{(37 + 29i)}\right)^2$.

(b) V kompleksni ravnini skicirajte območje

$$\mathcal{D} = \{z = |z|e^{i\varphi} \in \mathbb{C}; -\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}, 1 < |z| \leq 9\}.$$

(c) Narišite sliko območja, v katerega se območje \mathcal{D} preslika z preslikavo $z \mapsto z(1+i) + i$.

2. [10 točk] Zaporedja in vrste

(a) Zapišite definicijo limite zaporedja.

(b) Izmed naslednjih vrst obkrožite vsako vrsto, ki je konvergentna:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3}{2}\right)^n \quad \sum_{n=1}^{\infty} \left(-\frac{2}{3}\right)^n \quad \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{7}{n}\right) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{2}\right)$$

3. [15 točk] Funkcije

(a) Definirajte limito funkcije dveh spremenljivk v točki (a, b) .

(b) Za funkcijo $g(x) = x^4 + 5x + 1$ poiščite kak interval dolžine $1/2$, na katerem ima funkcija ničlo.

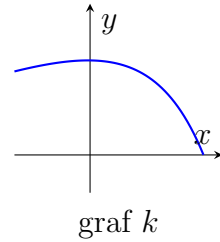
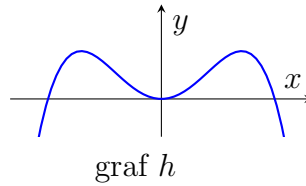
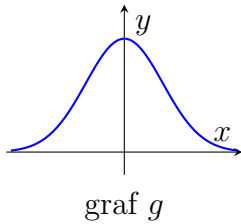
(c) Obkrožite pravilne trditve:

- Obstaja liha injektivna funkcija $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$.
- Obstaja soda injektivna funkcija $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$.
- Vsaka liha funkcija $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ je injektivna.
- Vsaka soda funkcija $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ je injektivna.

4. [15 točk] Odvod funkcije ene spremenljivke

(a) Razložite linearno aproksimacijo funkcije v dani točki. Približno izračunajte $\sqrt{1.1}$.

- (b) Za funkcije $g, h, k: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ imamo podane njihove grafe na intervalu $[-3, 3]$.



Skrivnostna funkcija f je enaka eni izmed omenjenih treh funkcij. Vemo, da je $f'(-2) = -f'(2)$ in $f''(0) > 0$. Obkrožite graf funkcija f ?

- (c) Izmed funkcij v točki (b) izberite tisto, katere drugi odvod je monotona (naraščajoča ali padajoča) funkcija.

5. [15 točk] Odvod funkcij več spremenljivk

- (a) Zapišite definicijo parcialnega odvoda funkcije dveh spremenljivk $f(x, y)$ po spremenljivki x .
- (b) Poiščite kakšno funkcijo dveh spremenljivk, katere parcialna odvoda v točki $(1, 1)$ sta -2 in 1 .
- (c) Naj bosta f in g odvedljivi funkciji dveh spremenljivk, katerih nivojnice so krivulje. Podajte potreben pogoj za obstoj vezanega ekstrema funkcije f pri konstantni vrednosti g .

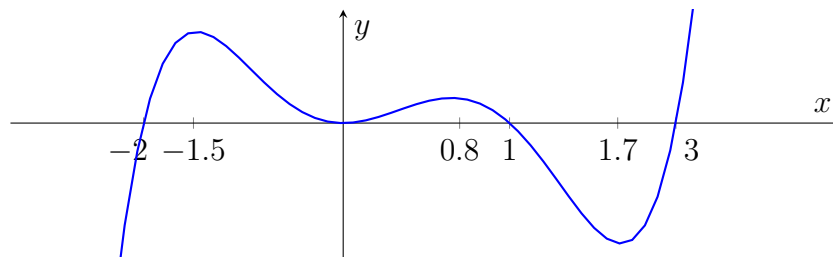
6. [30 točk] Integral

(a) Zapišite definicijo določenega integrala funkcije f na intervalu $[a, b]$.

(b) Izmed naslednjih funkcij obkrožite tiste, ki spadajo med nedoločene integrale funkcije $(2x)^{-1}$:

$$\ln |2x| \quad \ln |2x|/2 \quad \ln |x|/2 \quad \ln |x|$$

(c+d) Dobro si oglejte graf *odvoda* h' funkcije $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$:



Določite in klasificirajte lokalne ekstreme funkcije h ?

Določite prevoje funkcije h in pri vsakem izmed njih zapišite, ali gre za prehod iz konveksnosti v konkavnost ali obratno?

(e) Naj za funkcijo h iz točke (c+d) velja $h(-1) = 0$. Kakšna sta predznaka integralov $\int_{-2}^{-1} h(x)dx$ ter $\int_{-1}^0 h(x)dx$?

(f) Zakaj pri izračunu nedoločenega integrala na koncu običajno dodamo konstanto?