

1. kolokvij iz Osnov matematične analize

(Ljubljana, 8. december 2015)

Čas reševanja: 90 minut. Naloge so enakovredne. Preberi celotno besedilo vsake naloge. Dovoljena je uporaba dveh listov velikosti A4 z obrazci. Rezultati bodo objavljeni na *ucilnica.fri.uni-lj.si*.

Vse odgovore dobro utemelji!

1. Podana je enačba

$$\frac{z^3}{3} = 1 - \sqrt{3}i.$$

- (a) Poišči vse njene kompleksne rešitve $z \in \mathbb{C}$.
- (b) Izračunaj tretjo potenco rešitve z najmanjšim polarnim kotom.

2. Rekurzivno zaporedje $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ je podano z začetnim členom $a_0 = \frac{1}{2}$ ter z rekurzivno formulo

$$a_{n+1} = \frac{1}{3}a_n + 4.$$

Ali je zaporedje konvergentno (odgovor utemelji)? Če da, poišči njegovo limito.

3. Funkcija $f : \mathbb{R} \setminus \{1\} \rightarrow \mathbb{R}$ je podana s predpisom

$$f(x) = \begin{cases} \arctan\left(\frac{1}{1-x}\right) & ; x < 1 \\ a \frac{\sqrt{x-1}}{x-1} & ; x > 1. \end{cases}$$

Določi tak $a \in \mathbb{R}$, da bo mogoče f zvezno razširiti na vsa realna števila.

4. Naj bo

$$g(x, y) = \log((x-1)^2 + y^2)$$

- (a) Določi definicijsko območje funkcije g .
- (b) Opiši in skiciraj nivojnice funkcije g pri $c = 0$, $\log(4)$ in $\log(9)$.
- (c) Izračunaj smerni odvod funkcije g v točki $(0, 1)$ v smeri proti koordinatnemu izhodišču.
- (d) V kateri smeri v točki $(0, 1)$ funkcija g najhitreje pada?

Vse odgovore dobro utemelji!