

1. kolokvij iz Osnov matematične analize

(Ljubljana, 4. december 2017)

Čas reševanja: 90 minut. Naloge so enakovredne. Preberi celotno besedilo vsake naloge. Dovoljena je uporaba dveh listov velikosti A4 z obrazci. Rezultati bodo objavljeni na *ucilnica.fri.uni-lj.si*.

Vse odgovore dobro utemelji!

1. Podana je enačba

$$4z^2 + 2z + 1 = 0.$$

- (a) Poišči vse njene kompleksne rešitve $z \in \mathbb{C}$.
- (b) S pomočjo polarnega zapisa in de Moivreove formule izračunaj tretjo potenco rešitve, ki se nahaja v tretjem kvadrantu.

2. Rekurzivno zaporedje $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ je podano z začetnim členom $a_0 = 4$ ter z rekurzivno formulo

$$a_{n+1} = 7 - \frac{10}{a_n}.$$

- (a) Izračunaj a_1 in a_2 .
- (b) Poišči kandidate za limito zaporedja a_n .
- (c) Z indukcijo pokaži, da je zaporedje a_n omejeno navzgor s 5, nato pa še, da je zaporedje naraščajoče. Kaj je limita?

3. Funkcija $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ je podana s predpisom

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^{1/x}-1}{e^{1/x}+1} & ; x \neq 0, \\ a & ; x = 0. \end{cases}$$

- (a) Izračunaj levo in desno limito v točki 0.
- (b) Ali je možno izbrati tak a , da bo funkcija f zvezna?
- (c) Skicirajte graf funkcije f .

4. Za funkcijo dveh spremenljivk

$$f(x, y) = \sqrt{(x^2 + y^2 - 2x)}$$

- (a) določi definicijsko območje.
- (b) skiciraj nivojnice za $c = \sqrt{3}$ in $c = \sqrt{8}$.
- (c) izračunaj grad f .
- (d) določi smer najhitrejšega padanja v točki $(2, 2)$.

Vse odgovore dobro utemelji!