

## 2. kolokvij iz Osnov matematične analize (Ljubljana, 13. 1. 2012)

Čas reševanja je 90 minut. Naloge so enakovredne. Dovoljena je uporaba dveh listov velikosti A4 s formulami. Rezultati bodo objavljeni na spletni strani [ucilnica.fri.uni-lj.si](http://ucilnica.fri.uni-lj.si).

**Vse odgovore dobro utemelji!**

1. Poišči največjo in najmanjšo vrednost, ki jo zavzame funkcija

$$f(x) = x^4 + 2x^3 - 2x^2 + 1$$

na intervalu  $[-3, 1]$ . Določi tudi intervale naraščanja in padanja.

2. Odpira se kavna hiša  $\kappa\alpha\phi\epsilon$ . Lastniki želijo svojo mešanico kave prodajati v ličnih pločevinastih škatlicah, ki imajo obliko tristrane prizme s prostornino 1. (Osnovna ploskev je enakostranični trikotnik s stranico dolžine  $a$ , višina prizme je  $b$ .) Pomagaj jim poiskati optimalno velikost škatlice: Kolikšna naj bosta  $a$  in  $b$ , da za izdelavo porabimo čim manj pločevine?

(Prostornina take prizme je  $V = a^2 b \frac{\sqrt{3}}{2}$ , površina pa  $P = a^2 \sqrt{3} + 3ab$ .)

3. Izračunaj nedoločena integrala

$$\int \frac{(1 + \log(x))^2}{x} dx \quad \text{ter} \quad \int (x^2 - 2)e^x dx.$$

Pri prvem si pomagaj z uvedbo nove spremenljivke, pri drugem pa z integracijo 'po delih'.

4. Izračunaj ploščino omejenega območja, ki ga omejujejo krivulje  $x = 0$ ,  $y = 4$ ,  $y = 2/x + 2$  in  $y = x + 1$ .
5. Funkcija  $F$  ima predpis

$$F(x) = \int_{-1}^x \frac{\log(1 + t^2)}{t} dt.$$

- (a) Poišči odvod  $F'$  funkcije  $F$ .
- (b) Skiciraj graf odvoda  $F'$ , nato pa na isto sliko skiciraj še graf  $F$ .
- (c) Določi vrednost funkcije  $F$  pri  $x = -1$  in  $x = 1$ , tj.  $F(-1)$  in  $F(1)$ .
- (d) Poišči enačbo tangente na graf funkcije  $F$  v točki  $T(1, F(1))$ .

**Vse odgovore dobro utemelji!**

## 2. kolokvij iz Osnov matematične analize (Ljubljana, 13. 1. 2012)

Čas reševanja je 90 minut. Naloge so enakovredne. Dovoljena je uporaba dveh listov velikosti A4 s formulami. Rezultati bodo objavljeni na spletni strani [ucilnica.fri.uni-lj.si](http://ucilnica.fri.uni-lj.si).

**Vse odgovore dobro utemelji!**

1. Poišči največjo in najmanjšo vrednost, ki jo zavzame funkcija

$$f(x) = x^4 + 2x^3 - 2x^2 + 1$$

na intervalu  $[-3, 1]$ . Določi tudi intervale naraščanja in padanja.

2. Odpira se kavna hiša  $\kappa\alpha\phi\epsilon$ . Lastniki želijo svojo mešanico kave prodajati v ličnih pločevinastih škatlicah, ki imajo obliko tristrane prizme s prostornino 1. (Osnovna ploskev je enakostranični trikotnik s stranico dolžine  $a$ , višina prizme je  $b$ .) Pomagaj jim poiskati optimalno velikost škatlice: Kolikšna naj bosta  $a$  in  $b$ , da za izdelavo porabimo čim manj pločevine?

(Prostornina take prizme je  $V = a^2 b \frac{\sqrt{3}}{2}$ , površina pa  $P = a^2 \sqrt{3} + 3ab$ .)

3. Izračunaj nedoločena integrala

$$\int \frac{(1 + \log(x))^2}{x} dx \quad \text{ter} \quad \int (x^2 - 2)e^x dx.$$

Pri prvem si pomagaj z uvedbo nove spremenljivke, pri drugem pa z integracijo 'po delih'.

4. Izračunaj ploščino omejenega območja, ki ga omejujejo krivulje  $x = 0$ ,  $y = 4$ ,  $y = 2/x + 2$  in  $y = x + 1$ .
5. Funkcija  $F$  ima predpis

$$F(x) = \int_{-1}^x \frac{\log(1 + t^2)}{t} dt.$$

- (a) Poišči odvod  $F'$  funkcije  $F$ .
- (b) Skiciraj graf odvoda  $F'$ , nato pa na isto sliko skiciraj še graf  $F$ .
- (c) Določi vrednost funkcije  $F$  pri  $x = -1$  in  $x = 1$ , tj.  $F(-1)$  in  $F(1)$ .
- (d) Poišči enačbo tangente na graf funkcije  $F$  v točki  $T(1, F(1))$ .

**Vse odgovore dobro utemelji!**