

2. popravni kolokvij iz Osnov matematične analize (Ljubljana, 14. februar 2017)

Čas reševanja: 90 minut. Naloge so enakovredne. Preberi celotno besedilo vsake naloge. Dovoljena je uporaba dveh listov velikosti A4 z obrazci. Rezultati bodo objavljeni na učilnica.fri.uni-lj.si.

Vse odgovore dobro utemelji!

1. Zaporedje števil $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ je definirano z začetnima členoma $a_0 = 0$, $a_1 = 2$ in rekurzivno zvezo

$$a_n = 4a_{n-1} - 3a_{n-2},$$

ki velja za $n \geq 2$. S pomočjo matematične indukcije dokaži, da za vsak $n \in \mathbb{N}$ velja

$$a_n = 3^n - 1.$$

2. Izračunaj naslednje limite, če obstajajo:

(a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x}-1}{x-1}$,

(b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x + x^2}{e^x + 4x}$,

(c) $\lim_{x \searrow 2} \frac{x^2 + 4x - 12}{|x-2|}$ in $\lim_{x \nearrow 2} \frac{x^2 + 4x - 12}{|x-2|}$.

3. (a) Določi vse točke v ravnini, za katere je $y = \frac{1}{x}$ in ima funkcija

$$f(x, y) = -\frac{1}{x} + \frac{1}{2} \ln y$$

ekstrem.

- (b) Za vsako od teh točk izračunaj smerni odvod funkcije $f(x, y)$ v smeri gradienta.

4. Za funkcijo $f(x) = (x^2 - 1)e^x$

(a) nariši njen graf,

(b) izračunaj nedoločeni integral

$$\int (x^2 - 1)e^x dx,$$

(c) določi ploščino območja, ki ga omejuje graf skupaj z osjo x .

Vse odgovore dobro utemelji!