

Ime in priimek

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Vpisna številka

1	
2	
3	
4	
Σ	

Osnove matematične analize: prvi kolokvij

21. avgust 2019

Čas pisanja je 90 minut. Dovoljena je uporaba 2 listov A4 formata s formulami. Uporaba elektronskih pripomočkov ni dovoljena.

Vse odgovore dobro utemelji!

1. naloga (25 točk)

a) (20 točk) Zapiši transformacijo v kompleksni ravnini, ki s kompleksnim številom z po vrsti naredi sledeče.

1. Preslika ga preko realne osi.
2. Zavrti ga za kot 90 stopinj okrog števila 0.
3. Poveča razdaljo med koordinatnim izhodiščem in številom za faktor 2, pri čemer se kot med številom in realno osjo ne spremeni.
4. Premakne ga za 2 enoti v smeri realne in za 3 enote v smeti imaginarne osi.
5. Zavrti ga za kot 270 stopinj okrog števila -1.

b) (5 točk) Kam zgornja transformacija preslika število $1 + i$?

2. naloga (25 točk)

S predpisoma $a_0 = 0$ in $a_n = \frac{-2}{a_{n-1}+3}$ je podano rekurzivno zaporedje.

a) (20 točk) Dokaži, da je zaporedje navzdol omejeno in padajoče.

b) (5 točk) Ali ima zaporedje limito? Če da, jo izračunaj.

3. naloga (25 točk)

Dane so funkcije $x^3 + x + 2$, $2x + 2$ in 12 .

a) (5 točk) grafe funkcij na skupen graf. Skica naj bo kar se da pregledna.

b) (5 točk) Koliko omejenih območij oklepajo grafi podanih funkcij? Označite jih na skici.

c) (15 točk) Izračunajte skupno ploščino omejenih območij.

4. naloga (25 točk)

Denimo, da funkcija $f(x, y) = 15 - 2x^2y - y^4$ predstavlja dobro aproksimacijo za teren smučišča, na katerem se nahajamo. Stojimo v točki $A(1, 1, z)$.

a) (8 točk) Izračunaj gradient funkcije f .

b) (11 točk) Denimo, da želimo iz točke A odsmučati v smeri vektorja $(1, -2)$. Ali je to mogoče? Odgovor utemelji (namig: smučamo lahko samo po hribu navzdol).

c) (6 točk) V katero smer iz točke A naj se odpeljemo, če želimo smučati po največji možni strmini?