

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Vpisna številka

1	
2	
3	
4	
Σ	

Ime in priimek

Osnove matematične analize: 3. računski izpit

29. avgust 2024

Čas pisanja je 90 minut. Dovoljena je uporaba 1 lista A4 formata s formulami in navadnega kalkulatorja. Uporaba grafičnega kalkulatorja ali drugih pripomočkov ni dovoljena. Vse odgovore dobro utemelji!

1. naloga (25 točk)

V kompleksnih številih rešujemo enačbo

$$(2z - \bar{z} - \sqrt[3]{2})(z^2 - 1 + i\sqrt{3}) = 0.$$

a) (12 točk) Poišči vse kompleksne rešitve $z \in \mathbb{C}$.

b) (4 točke) Nariši rešitve v kompleksni ravnini.

c) (9 točk) Naj bo w rešitev zgornje enačbe z največjo imaginarno komponento. Poišči $\operatorname{Re}(w^{12})$ in $\operatorname{Im}(w^{12})$.

2. naloga (25 točk)

Naj bo

$$f(x) = \log(x^2 + 2x + 2)$$

a) (5 točk) Določi definicijsko območje funkcije f . Ali je f injektivna?

b) (10 točk) Določi ničle funkcije f , stacionarne točke ter intervale naraščanja in padanja. Kje ima f minimum?

c) (5 točk) Izračunaj limiti

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{\log(x)} \quad \text{in} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{\log(-x)}$$

d) (5 točk) Na podlagi ugotovitev iz prejšnjih točk skiciraj funkcijo f . (Ni potrebno računati f'' , lahko približno uganeš, kje bo konveksna in kje konkavna.)

3. naloga (25 točk)

Naj bo

$$f(x, y) = 3x^2 + \frac{x^3}{2} + 2xy + y^2.$$

a) (6 točk) Izračunaj oba parcialna odvoda prvega reda.

b) (10 točk) Poišči vse stacionarne točke funkcije f .

c) (9 točk) Klasificiraj stacionarne točke funkcije f .

4. naloga (25 točk)

Naj bo

$$f(x) = (x - 1)^{3/2}$$

a) (13 točk) Izračunaj dolžino loka krivulje $y = f(x)$ na intervalu $x \in [1, 2]$.

b) (12 točk) Ali obstaja kateri od integralov

$$\int_1^2 \frac{1}{f(x)} dx \quad \text{ali} \quad \int_2^\infty \frac{1}{f(x)} dx?$$

Če obstaja, ga izračunaj.