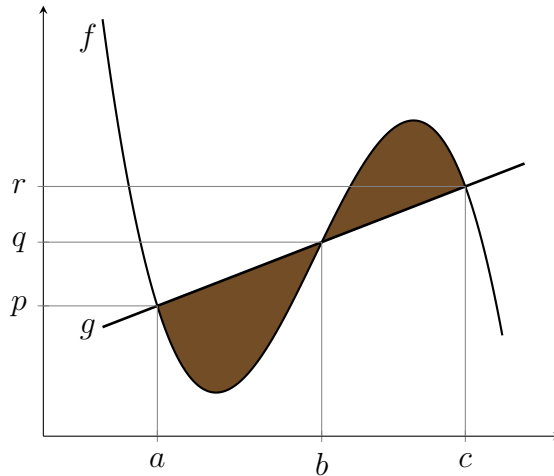


5. [20 točk] Integral in diferencialne enačbe

(a) Zapišite osnovni izrek integralskega računa.

(b) Zapišite formulo, kako bi izračunali ploščino osenčenega lika med grafoma funkcij f in g .



(c) Kateri diferencialni enačbi ustrezajo funkcije $y = y(x)$, za katere velja, da je v vsaki točki (x, y) na grafu tangenta na graf funkcije enaka kvocientu vrednosti x in y v tej točki?

(d) Zapišite poljubno diferencialno enačbo drugega reda, katere rešitev je $y = e^{x^2}$.

Izpit iz Osnov matematične analize

1. september 2016

- Čas pisanja: **45 minut**
- Vse rezultate zapišite na ta papir, pomožni izračuni z utemeljitvijo morajo biti priloženi.
- Vsi deli nalog so enakovredni.
- Prepisovanje, pogovarjanje in uporaba knjig, zapiskov, prenosnega telefona in drugih pripomočkov je **strogo** prepovedana.

1. [15 točk] Kompleksna števila

(a) Kaj je polarni zapis kompleksnega števila $z = x + iy$? Narišite sliko in napišite, kako se kartezični koordinati izražata s polarnima.

(b) V kompleksni ravnini skicirajte območji

$$\mathcal{D} = \left\{ z \in \mathbb{C}; |z| \leq 4, 0 \leq \arg(z) \leq \frac{\pi}{3} \right\} \quad \text{in} \quad \mathcal{E} = \left\{ z \in \mathbb{C}; |z| \leq 1, \frac{\pi}{3} \leq \arg(z) \leq \frac{2\pi}{3} \right\}.$$

(c) Zapišite predpis preslikave, ki slika območje \mathcal{D} v \mathcal{E} .

2. [15 točk] Zaporedja in vrste

(a) Število L je limita zaporedja (a_n) , če _____
_____.

Zaporedje (a_n) je navzgor omejeno, če _____
_____.

(b) Podajte primer kakšnega nekonstantnega konvergentnega zaporedja in primer takega nekonstantnega divergentnega zaporedja. V obeh primerih utemeljite konvergenco.

(c) Podajte primer kakšne nekonstantne konvergentne vrste in primer take nekonstantne divergentne vrste. Za podano konvergentno vrsto zapišite še vsoto vrste.

3. [20 točk] Funkcije več spremenljivk

(a) Kaj je nivojska krivulja funkcije $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$?

(b) Zapišite definicijo smernega odvoda funkcije f v smeri enotskega vektorja \vec{e} v točki (a, b) .

(c) Kakšna je vrednost smernega odvoda $f_{\vec{e}}(a, b)$, če vemo, da se ob malem pomiku iz točke (a, b) v smeri vektorja \vec{e} funkcijska vrednost povečala?

(c) V kakšni zvezi sta gradient funkcije f v točki (a, b) in nivojska krivulja skozi (a, b) ?

4. [20 točk] Odvod

(a) Zapišite definicijo odvoda funkcije f v točki a .

(b) Število b je stacionarna točka funkcije f , če velja _____.

V točki c je funkcija f konveksna, če velja _____.

(c) Denimo, da za funkcijo g v točki d velja $g''(d) = 3$.

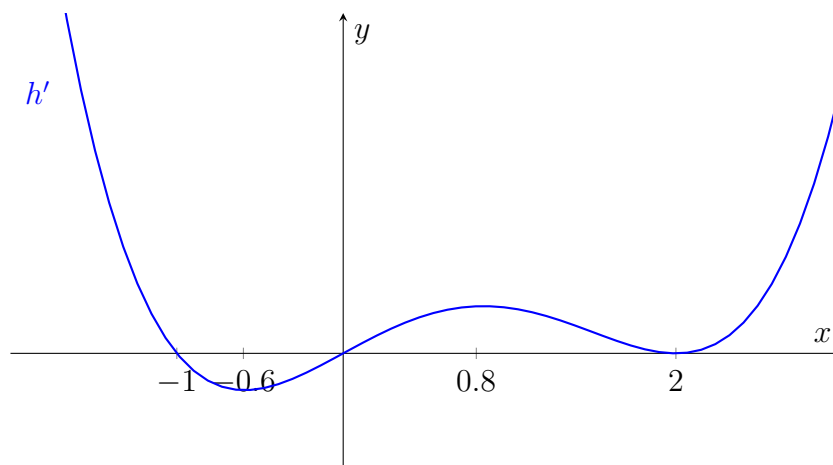
Ali je d lahko lokalni maksimum funkcije g ? DA NE

Ali je d lahko lokalni minimum funkcije g ? DA NE

Ali v točki d funkcija g lahko narašča? DA NE

Ali v točki d funkcija g lahko pada? DA NE

(d) Dobro si oglejte graf odvoda h' funkcije $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$:



V katerih točkah ima funkcija h lokalni maksimum? (Če jih nima, zapišite, da jih nima.)

V katerih točkah ima funkcija h lokalni minimum? (Če jih nima, zapišite, da jih nima.)

V katerih točkah ima funkcija h prevoj? (Če jih nima, zapišite, da jih nima.)