

Ime in priimek: _____

Vpisna številka: _____

3. Izpit iz OME

7. september 2026

- Čas pisanja: **45 minut**
- Vse rezultate zapišite na ta papir, morebitni pomožni izračuni z utemeljitvijo morajo biti priloženi in podpisani.
- Vsi deli nalog so enakovredni.
- Prepisovanje, pogovarjanje in uporaba knjig, zapiskov, prenosnega telefona in drugih pripomočkov je **strogo** prepovedana.

1. [20 točk] Kompleksna števila

(a)+(b) Zapišite in v kompleksni ravnini narišite vse rešitve enačbe $z^4 = 1 + i$.

(c) Poiščite kakšno neničelno število z , za katerega velja $\bar{z} = -z$.

(d) V poenostavljeni kartezični obliki zapišite vrednost izraza $(-i)^{2026}$.

2. [20 točk] Vrste

(a) Zapišite definicijo konvergentne vrste in njene vsote.

(b) Zapišite Leibnitzov kriterij za konvergenco alternirajočih vrst in primer kakšne vrste, na katero se nanaša.

(c)+(d) Naj bo N zadnja številka vaše vpisne številke. Podajte primer kakšne geometrijske vrste z neničelnimi členi, katere vsota je $N + 1$.

3. [20 točk] Funkcije

(a) Kaj je nivojnica funkcije $f(x, y)$? Podajte skico primera.

(b+c) Skicirajte graf funkcije ene spremenljivke, ki je definirana na $[0, 5) \cup (5, 6]$, zvezna povsod razen v 1, naraščajoča v 2 in za katero velja $\lim_{x \nearrow 5} = -2$. Koliko je točk na $\mathbb{R}$, v okolici katerih lahko taka funkcija narašča preko vsake meje?

(d) Naj bo $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ soda funkcija, za katero velja $\lim_{x \nearrow 3} g(x) = 0$. Kaj lahko sklepamo o limitnem obnašanju g v okolici $x = -3$?

4. [25 točk] **Odvod funkcij več spremenljivk**

- (a) Podajte definicijo smernega odvoda $f_v(a, b)$ funkcije $f(x, y)$.
- (b) Kako je definiran vektor hitrosti krivulje $\gamma: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^2$, pri čemer je $\gamma(t) = (x(t), y(t))$?

Tabela: Naj bo $g: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ dvakrat zvezno odvedljiva funkcija dveh spremenljivk. Tabeliranih imamo nekaj vrednosti funkcije g in njenih parcialnih odvodov:

(x, y)	$g(x, y)$	$g_x(x, y)$	$g_y(x, y)$	$g_{xx}(x, y)$	$g_{xy}(x, y)$	$g_{yy}(x, y)$
$(-2, 0)$	1	2	3	-1	1	1
$(-1, 0)$	-2	0	0	1	-2	1
$(0, 0)$	2	-1	0	2	1	1
$(-1, 1)$	1	1	-1	2	1	1
$(-2, 1)$	3	0	0	-3	0	-1
$(-1, 2)$	-2	3	0	2	1	1
$(0, 1)$	5	0	0	-1	1	2
$(3, 1)$	2	1	0	-1	-2	1

- (c)+(d) Izmed točk v zgornji tabeli navedite tiste, ki so stacionarne točke funkcije g in jih klasificirajte.
- (e) Z uporabo zgornje tabele izračunajte smerni odvod $g_{(-1,2)}(-1, 1)$, t.j., smerni odvod funkcije g v točki $(-1, 1)$ v smeri $(-1, 2)$.

5. [10 točk] **Integral**

- (a) Zapišite definicijo povprečne vrednosti funkcije f na intervalu $[a, b]$.

- (b) Skicirajte graf funkcije $f: [-2, 2] \rightarrow \mathbb{R}$, za katero velja $\int_0^2 f(x)dx < 0$, $\int_1^2 f(x)dx > 0$, integral $\int_{-2}^2 f(x)dx$ pa je približno 0.

6. [10 točk] Večkratni integral

- (a)+(b) Izračunajte $\iint_K y \, dx \, dy$, pri čemer je $K \subset \mathbb{R}^2$ trikotnik z oglišči $(0, 0)$, $(1, 0)$, $(0, 1)$.