

Ime in priimek

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Vpisna številka

1	
2	
3	
4	
Σ	

Diskretne strukture: prvi kolokvij

4. december 2019

Čas pisanja je 90 minut. Dovoljena je uporaba 2 listov A4 formata s formulami. Uporaba elektronskih pripomočkov ni dovoljena.

Vse odgovore dobro utemelji!

1. naloga (25 točk)

Dani sta predpostavki $P_1 = p \vee r$ in $P_2 = q \Rightarrow \neg p$ ter zaključki $Z_1 = p \wedge q$, $Z_2 = q \Rightarrow r$ in $Z_3 = \neg r$.

a) (10 točk) Kateri od spodnjih sklepov so napačni? Za vsak napačen sklep poišči protiprimer.

$$P_1, P_2 \models Z_1, \quad P_1, P_2 \models Z_2 \text{ in } P_1, P_2 \models Z_3,$$

b) (10 točk) Kateri od zgornjih sklepov so pravilni? Vsak pravilen sklep dokaži.

c) (5 točk) Za katero predpostavko P_3 bodo vsi spodnji trije sklepi pravilni?

$$P_1, P_2, P_3 \models Z_1, \quad P_1, P_2, P_3 \models Z_2 \text{ in } P_1, P_2, P_3 \models Z_3,$$

2. naloga (25 točk)

Dane so izjavne formule

$$A = \forall z \exists x \forall y (Q(z) \Rightarrow P(x, y)),$$

$$B = \exists x \forall y \forall z (Q(z) \Rightarrow P(x, y)),$$

$$C = \forall y \forall z \exists x (Q(z) \Rightarrow P(x, y)).$$

a) (15 točk) Pokaži, da sta formuli A in B enakovredni.

b) (10 točk) Poišči interpretacijo s področjem pogovora $\mathcal{D} = \mathbb{N}$, ki pokaže, da formuli A in C nista enakovredni.

3. naloga (25 točk)

Za dane množice A , B in C ter neznano množico X opazujemo spodnji sistem enačb z množicami

$$A + B = X \cap C,$$

$$A \cup X = A \setminus C.$$

a) (10 točk) Recimo, da sta A in B disjunktni. Pri katerih pogojih je sistem v tem primeru rešljiv? Kaj so rešitve?

b) (15 točk) Pri katerih pogojih je sistem rešljiv brez dodatnih predpostavk? Kaj so rešitve?

4. naloga (25 točk)

Naj bo A množica celih števil od 10 do 99; $A = \{10, 11, \dots, 98, 99\}$. Naj xy pomeni desetiški zapis števila iz A . (Za $42 \in A$ je torej $x = 4$ in $y = 2$.) Na A definiramo relacijo R z opisom:

$xyRuv$ natanko tedaj, ko je $x < u$ ali pa je $x = u$ in $y \geq v$.

a) (5 točk) Med števili 79, 80, 82, 84 in 92 poišči urejene pare, ki so v relaciji.

b) (10 točk) Ali je relacija R refleksivna, simetrična ali tranzitivna?

c) (10 točk) Ali obstaja število $n \in A$, za katerega velja mRn za vsa števila $m \in A$?