

Ime in priimek

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Vpisna številka

1	
2	
3	
4	
Σ	

Diskretne strukture UNI: prvi (testni) kolokvij

10. december 2020

Čas pisanja je 90 minut. Dovoljena je uporaba 2 listov A4 formata s formulami. Uporaba elektronskih pripomočkov ni dovoljena.

Vse odgovore dobro utemelji!

1. naloga (25 točk)

a) (10 točk) Ali je sklep pravilen? Če je, ga dokaži, sicer pa poišči protiprimer.

$$p \vee (q \wedge r), t \Rightarrow r \vee s, t \Leftrightarrow \neg r, q \Rightarrow \neg s, u \vee t \quad \models \quad p.$$

b) (15 točk) Ali je sklep pravilen? Če je, ga dokaži, sicer pa poišči protiprimer.

$$p \vee (q \wedge r), t \Rightarrow r \vee s, t \Leftrightarrow \neg r, q \Rightarrow \neg s, u \vee t \quad \models \quad t \Rightarrow p.$$

2. naloga (25 točk)

Dani sta formuli

$$A = \forall z \exists y (P(z, y) \vee \forall w \neg P(y, w)),$$

$$B = \forall x \exists y P(x, y) \vee \exists x \forall y P(x, y).$$

a) (10 točk) Ali je formula A splošno veljavna (tj. enakovredna logični konstanti 1)? Če je, dokaži, sicer pa poišči interpretacijo, v kateri je napačna.

b) (10 točk) Ali je formula B splošno veljavna? Če je, dokaži, sicer pa poišči interpretacijo, v kateri je napačna.

c) (5 točk) Ali sta formuli A in B enakovredni?

3. naloga (25 točk)

Pri poljubno izbranih množicah A , B in C definiramo tudi množici

$$L = (A \setminus B) \cup (B \cap C) \setminus A \quad \text{in} \quad D = A + (B \cap C).$$

a) (5 točk) Ali sta množici L in D enaki?

b) (10 točk) Ali velja $L \subseteq D$?

c) (10 točk) Recimo, da velja $A \cap B \subseteq C$. Ali v tem primeru velja enakost $L = D$?

4. naloga (25 točk)

Na množici naravnih števil \mathbb{N} definiramo relacijo R z opisom

$$xRy \text{ natanko tedaj, ko velja } \forall k(2^k|x \Leftrightarrow 2^k|y).$$

Tako je npr. $0R0$, $1R5$, $6R10$, vendar $\neg(4R6)$.

a) (5 točk) Ali velja $0R1$, $2R4$, $3R9$, $124R2020$?

b) (10 točk) Utemelji, da je R ekvivalenčna relacija (tj. reflektivna, simetrična in tranzitivna).

c) (10 točk) Opiši ekvivalenčne razrede $[0]_R$, $[1]_R$, $[2]_R$. Koliko ekvivalenčnih razredov ima relacija R ? *Odgovor utemelji!*