

Diskretne strukture UNI: 1. kolokvij

8. december 2021

Čas pisanja je 90 minut. Dovoljena je uporaba enega A4 lista s formulami. Uporaba kalkulatorja in elektronskih pripomočkov za komunikacijo s kolegi ni dovoljena.

Vsako nalogo piši na svojo stran. Na vsak list se zgoraj podpiši in navedi številko naloge. Naloge skeniraj po vrsti. Hvala!

Vse odgovore dobro utemelji!

1. (a) Ali obstaja izjavni izraz X , odvisen le od p in q , za katerega je izraz

$$I = \neg((p \Leftrightarrow q) \wedge X) \wedge (p \Rightarrow q \vee X)$$

protislovje?

- (b) Poišči vse izjavne izraze X , odvisne le od p in q , za katere je izraz I tautologija.

2. Definiramo dvomestna izjavna veznika

$$p \not\Rightarrow q \sim \neg(p \Rightarrow q) \quad \text{in} \quad p \Leftrightarrow q \sim \neg(q \Rightarrow p).$$

(a) Izrazi 0 samo z veznikom $\not\Rightarrow$, nato pa še samo z veznikom \Leftrightarrow .

(b) Izrazi $p \wedge q$ samo z veznikoma \Leftrightarrow in $\not\Rightarrow$.

(c) Izrazi $p \vee q$ samo z veznikoma $\not\Rightarrow$ in 1.

(d) Kateri od naslednjih naborov so polni in kateri ne: $\{\not\Rightarrow\}$, $\{\not\Rightarrow, \Leftrightarrow\}$, $\{\Rightarrow, \Leftrightarrow\}$, $\{1, \not\Rightarrow\}$?

3. Naj bodo A , B in C dane množice in X neznana množica.

(a) Reši enačbo $A = C + X$.

(b) Denimo, da velja

$$A + B = X + C.$$

Izrazi X z A , B in C .

(c) Pri katerih pogojih je rešljiv spodnji sistem enačb in kaj je rešitev?

$$\begin{aligned} A + B &= C + X, \\ X + (A + B) &= B. \end{aligned}$$

4. Na množici urejenih parov $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ definiramo relacijo R s predpisom

$$(a, b)R(c, d) \iff a \equiv c \pmod{2} \text{ in } b \equiv d \pmod{3}.$$

(a) Ali je $(8, 12)R(0, 0)$? Ali je $(0, 0)R(20, 21)$? Ali je $(0, 0)R(20, 20)$?

(b) Ali je R refleksivna, simetrična, tranzitivna?

(c) Opiši množico vseh parov (a, b) , ki so v relaciji z $(0, 0)$.

(Za števili a in b velja $a \equiv b \pmod{n}$ natanko tedaj, ko dasta a in b enak ostanek pri deljenju z n .)