

Ime in priimek

Diskretne strukture UNI: 1. kolokvij

22. november 2023

Čas pisanja: 90 minut. Dovoljena je uporaba enega lista velikosti A4 z obrazci. Uporaba elektronskih pripomočkov ni dovoljena. Rezultati bodo objavljeni na *ucilnica.fri.uni-lj.si*. **Vse odgovore dobro utemelji!**

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Vpisna številka

1	
2	
3	
4	
Σ	

1. naloga (25 točk)

Dan je tromestni izjavni veznik

$$A(p, q, r) = p \Rightarrow (q \vee r).$$

a) (5 točk) Ali veznik A ohranja logične konstante?

b) (5 točk) Poišči KNO izraza $A(p, p, q)$.

c) (5 točk) Kateri od naborov $\{A\}, \{A, 1\}, \{A, \wedge\}$ so polni? Zakaj oziroma zakaj ne?

d) (10 točk) Naj bo $A_0 = p$ in $A_n = A(A_{n-1}, 0, \neg A_{n-1})$ za $n > 0$. Izračunaj A_{2023} .

2. naloga (25 točk)

Dani so naslednji izjavni izrazi

$$A_1 = p \Rightarrow q, \quad A_2 = p \Rightarrow r, \quad A_3 = q \Rightarrow r, \quad A_4 = q \wedge \neg r, \quad A_5 = p, \quad A_6 = r, \quad A_7 = p \wedge (q \Rightarrow r)$$

ter

$$B = p \wedge (q \Rightarrow r).$$

Opazujemo sklepe oblike

$$A_1 \models B, \quad A_1, A_2 \models B, \quad \dots \quad A_1, A_2, \dots, A_k \models B, \quad \dots \quad A_1, A_2, \dots, A_7 \models B,$$

tj. sklepe z zaključkom B , pri katerih med predpostavke zaporedno dodajamo izraze A_1, \dots, A_7 .

a) (10 točk) Kateri od 7 sklepov $A_1, \dots, A_k \models B$ *niso* pravilni? Ali lahko nepravilnost teh sklepov utemeljiš z enim samim protiprimerom?

b) (15 točk) Kateri od 7 sklepov $A_1, \dots, A_k \models B$ so pravilni? Zapiši dokaze. Ali lahko pravilnost teh sklepov utemeljiš z enim samim dokazom?

3. naloga (25 točk)

Dana je izjavna formula

$$F = \exists x(R(x) \vee \forall y(\neg P(x, y) \vee P(y, x))).$$

a) (10 točk) Pokaži, da je formula F logično veljavna, če je $P(y, x) = P(x, y)$ za vse x in y iz področja pogovora.

b) (15 točk) Poišči primer interpretacije, v kateri formula F ni resnična.

4. naloga (25 točk)

Naj bodo A , B in C poljubne množice. Množici X in Y sta dani kot

$$X = (A \setminus C) + (B \setminus C) \quad \text{ter} \quad Y = (A + C) + (B + C).$$

a) (5 točk) Ali sta množici X in Y enaki? Ali velja $Y \subseteq X$?

b) (10 točk) Ali velja $X \subseteq Y$?

c) (10 točk) Ali velja $X = Y$, če je $(A \cup B) \cap C = \emptyset$?