

Ime in priimek

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Vpisna številka

1	
2	
3	
4	
Σ	

Diskretne strukture UNI: 2. računski izpit

4. februar 2022

Čas pisanja: 90 minut. Dovoljena je uporaba enega lista velikosti A4 z obrazci. Uporaba elektronskih pripomočkov ni dovoljena. Rezultati bodo objavljeni na ucilnica.fri.uni-lj.si. **Vse odgovore dobro utemelji!**

1. naloga (25 točk)

Dane so izjavne formule

$$A \equiv \forall w \forall x \forall y (P(x) \vee Q(y) \Rightarrow \exists z R(z, w)),$$

$$B \equiv \forall x \forall w \exists z (P(x) \vee Q(x) \Rightarrow R(z, w)),$$

$$C \equiv \forall x \exists z \forall w (P(x) \vee Q(z) \Rightarrow R(z, w)).$$

a) (10 točk) Vzemimo za področje pogovora naravna števila \mathbb{N} ter naslednji pomen predikatov P , Q in R :

$P(x)$... x je sodo število,

$Q(x)$... x je liho število,

$R(x, y)$... $x \geq y$.

Določi logične vrednosti izjavnih formul A , B in C v tej interpretaciji.

b) (15 točk) Kateri pari izjavnih formul A , B ter C so enakovredni? Zakaj oz. zakaj ne?

2. naloga (25 točk)

Na množici \mathbb{N} definiramo funkcijo f s predpisi $f(0) = 0$, $f(1) = 1$ in

$f(n) =$ vsota eksponentov vseh lihih praštevil v praštevilske razcep n .

Tako je na primer $f(2 \cdot 3 \cdot 13 \cdot 337) = 3$, $f(2^3 \cdot 3^4) = 4$ in $f(3^2 \cdot 11^3) = 5$.

a) (2 točki) Izračunaj $f(2022)$.

b) (5 točk) Ali je f injektivna?

c) (8 točk) Opiši vsa naravna števila n , za katera je $f(n) = 2$.

d) (5 točk) Ali obstaja $n \in \mathbb{N}$, za katerega je $f(n) > n$?

e) (5 točk) Ali je f surjektivna?

3. naloga (25 točk)

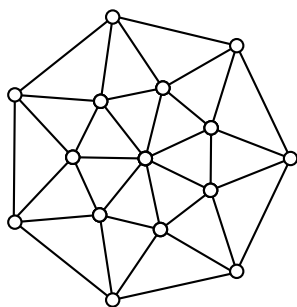
a) (10 točk) Poišči največji skupni delitelj števil 63 in 28. Uporabi razširjeni Evklidov algoritem.

b) (8 točk) Reši linearno diofantsko enačbo $63x + 28y = 735$. Poišči vse rešitve!

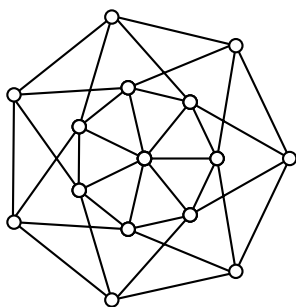
c) (7 točk) Koliko rešitev (x, y) je takih, da sta $x, y \in \mathbb{N}$?

4. naloga (25 točk)

a) (6 točk) Sta grafa G_1 in G_2 Hamiltonova?

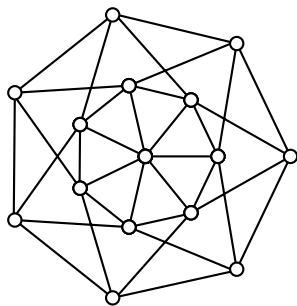


G_1



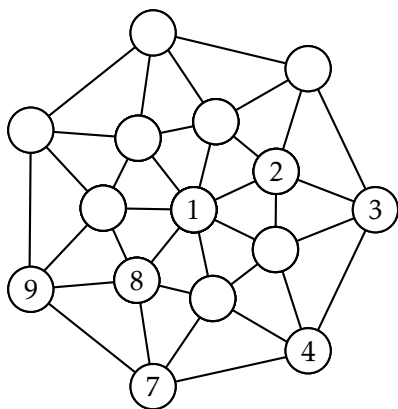
G_2

b) (4 točke) Ali je G_2 Eulerjev? Zakaj (ne)?

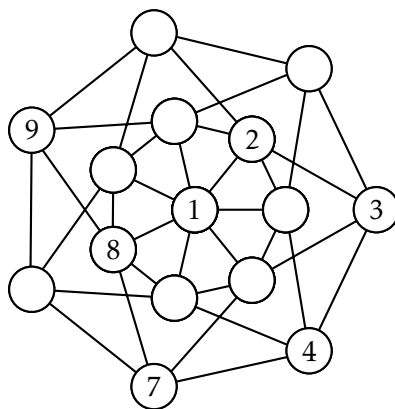


G_2

c) (9 točk) Na spodnji sliki so nekatera od vozlišč grafov G_1 in G_2 oštevilčena. Ali lahko to številčenje dopolniš do izomorfizma med G_1 in G_2 ? Zakaj (ne)?

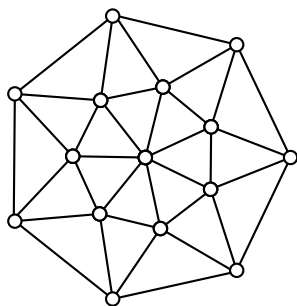


G_1

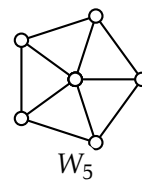


G_2

d) (6 točk) Določi kromatično število G_1 . Ali G_1 vsebuje W_5 kot podgraf?



G_1



W_5