

Ime in priimek

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Vpisna številka

1	
2	
3	
4	
Σ	

Diskretne strukture UNI: 1. računski izpit

24. januar 2023

Čas pisanja: 90 minut. Dovoljena je uporaba enega lista velikosti A4 z obrazci. Uporaba elektronskih pripomočkov ni dovoljena. Rezultati bodo objavljeni na ucilnica.fri.uni-lj.si. **Vse odgovore dobro utemelji!**

1. naloga (25 točk)

Dan je sklep

$$A, r \vee s \Rightarrow q \wedge r, \neg t \wedge r \Rightarrow p \vdash \neg t \Rightarrow p \wedge q.$$

a) Ali je sklep s predpostavko $A \equiv t \vee r \vee s$ pravilen? Če je pravilen, zapiši dokaz tega sklepa, če ni pravilen, poišči protiprimer.

b) Ali je sklep s predpostavko $A \equiv \neg s \Rightarrow r \wedge t$ pravilen? Če je pravilen, zapiši dokaz tega sklepa, če ni pravilen, poišči protiprimer.

2. naloga (25 točk)

Preslikavo $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ definiramo z $f(0) = 0$, $f(1) = 1$, $f(-1) = -1$, za $|k| \geq 2$ pa z opisom

$f(k) =$ alternirajoča vsota eksponentov praštevil v praštevilske razcepu k .

(Pozitivne praštevilske faktorje v razcepu $k = \pm p_1^{n_1} p_2^{n_2} \cdots p_m^{n_m}$ uredimo od najmanjšega do največjega.) Tako je na primer $f(2 \cdot 3^5 \cdot 7^2 \cdot 11) = 1 - 5 + 2 - 1 = -3$, $f(-2^4 \cdot 5^2) = 4 - 2 = 2$ in $f(-3^2 \cdot 11^3) = 2 - 3 = -1$.

a) (4 točke) Izračunaj $f(2023)$.

b) (3 točke) Ali je f injektivna?

c) (8 točk) Ali je f surjektivna?

d) (10 točk) Utemelji, da ima za vsak $\ell \in \mathbb{Z}$ enačba $f(k) = \ell$ neskončno mnogo rešitev k .

3. naloga (25 točk)

Števila v šestnajstiškem zapisu običajno zapišemo s predpono $0x$, ki ji sledijo številke, ki jih označimo z $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F$. Tako je npr. $0xD8 = 13 \cdot 16^1 + 8 \cdot 16^0 = 216$.

Za dvomestno število h v šestnajstiškem zapisu velja naslednje: Ko h prištejemo dvakratnik vsote njegovih števk, dobimo $0xD8$. Za katero število h gre?

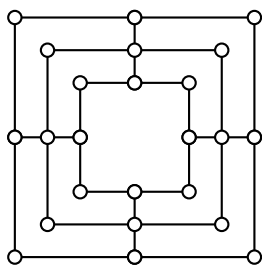
a) (5 točk) Recimo, da ima h šestnajstiški številki x in y . Zapiši linearno diofantsko enačbo, ki izraža $h + 2(x + y) = 0xD8$.

b) (10 točk) Poišči splošno rešitev te linearne diofantske enačbe.

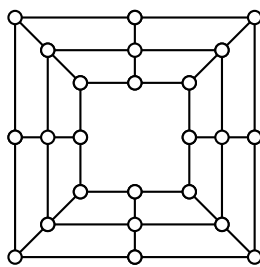
c) (10 točk) Poišča vsa, v šestnajstiškem zapisu, dvomestna števila h , za katera je zgornja vsota enaka $0xD8$. (Odgovor zapiši v šestnajstiškem zapisu.)

4. naloga (25 točk)

a) (10 točk) Določi kromatični števili grafov G_1 in G_2 . *Odgovor natančno utemelji!*

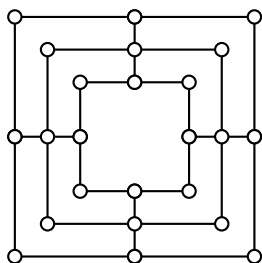


G_1

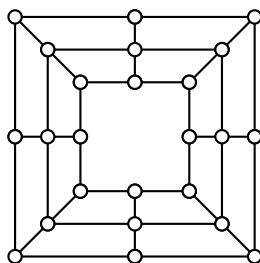


G_2

b) (5 točk) Ali sta grafa G_1 in G_2 Eulerjeva? *Odgovor natančno utemelji!*

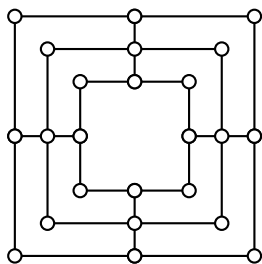


G_1

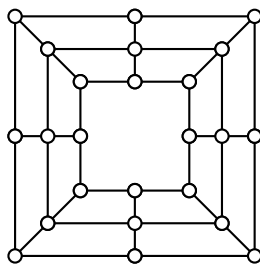


G_2

c) (10 točk) Ali sta grafa G_1 in G_2 Hamiltonova? *Odgovor natančno utemelji!*



G_1



G_2