

Ime in priimek

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Vpisna številka

1	
2	
3	
4	
$\Sigma$	

**Diskretne strukture UNI: 2. računski izpit**

3. februar 2023

Čas pisanja: 90 minut. Dovoljena je uporaba enega lista velikosti A4 z obrazci. Uporaba elektronskih pripomočkov ni dovoljena. Rezultati bodo objavljeni na *ucilnica.fri.uni-lj.si*. **Vse odgovore dobro utemelji!**

**1. naloga (25 točk)**

Naj bo  $X = X(p, q)$  neznani izraz in naj bo  $I = p \vee \neg q \vee X \Rightarrow p \wedge (q \Leftrightarrow X)$ .

**a) (10 točk)** Ali je izraz  $I$  lahko protislovje?

**b) (10 točk)** Ali je izraz  $I$  lahko tautologija?

**c) (5 točk)** Poišči (do enakovrednosti izjavnih izrazov natančno) vse možne izraze  $X$ , za katere je  $I$  protislovje ali tautologija, ter vsakega od njih zapiši z uporabo največ dveh izjavnih veznikov.

## 2. naloga (25 točk)

Na množici  $\mathcal{N}$  vseh nizov iz črk  $A, B$  in  $C$  definiramo relacijo s predpisom

$$\alpha R \beta \Leftrightarrow \alpha \text{ in } \beta \text{ sta iste oblike,}$$

pri čemer pravimo, da sta niza iste oblike, če obstaja permutacija črk, s katero iz prvega niza dobimo drugega. Na primer,  $ABBA$  je iste oblike kot  $ACCA$  in  $CBBC$  (vsi so oblike 1221), nobeden od njih pa ni iste oblike kot  $AABB$  (oblike 1122). Nizi različnih dolžin niso nikoli iste oblike.

**a) (5 točk)** Naj bo  $\alpha = ACC$ . Naštej vse nize, ki so v relaciji  $R$  z  $\alpha$ .

**b) (5 točk)** Naj bo  $\mathcal{N}_2 \subset \mathcal{N}$  podmnožica vseh nizov dolžine 2. Nariši graf relacije  $R$  na  $\mathcal{N}_2$ .

**c) (10 točk)** Ali je relacija  $R$  na  $\mathcal{N}$  ekvivalenčna? Zakaj?

**d) (5 točk)** Na koliko razredov razbije relacija  $R$  množico  $\mathcal{N}_3$ ?

### 3. naloga (25 točk)

Dani sta permutaciji

$$\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ 1 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 2 & 3 & 10 \end{pmatrix} \quad \text{in} \quad \beta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ 8 & 1 & 2 & 9 & 4 & 5 & 3 & 7 & 10 & 6 \end{pmatrix}.$$

a) (5 točk) Zapiši  $\alpha$  in  $\beta$  kot produkt disjunktnih ciklov in za vsako določi njene ciklično strukturo, red in parnost.

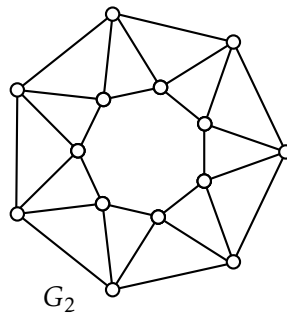
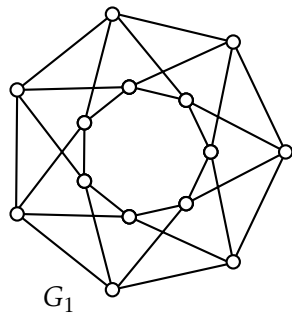
b) (10 točk) Poišči vse možne ciklične strukture permutacije  $\pi$ , ki reši enačbo

$$\alpha * \pi^{10} * \alpha^{-1} = \alpha * \beta.$$

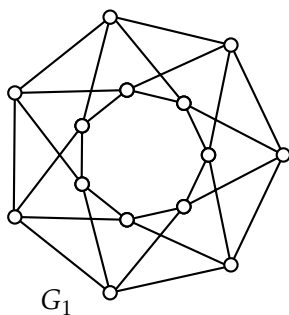
c) (10 točk) Za vsako ciklično strukturo iz (b) poišči vsaj eno rešitev dane enačbe.

**4. naloga (25 točk)**

Dana sta grafa na sliki.

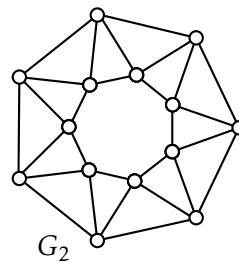
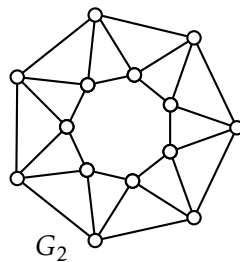
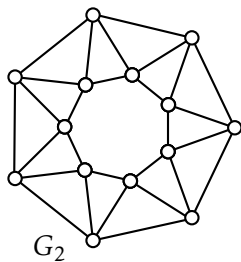
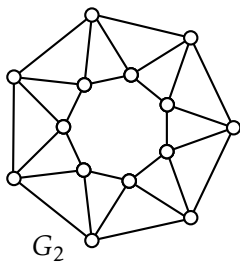


**a) (5 točk)** Določi kromatično število  $G_1$ . Ali je  $G_1$  dvodelen? Ali vsebuje  $G_1$  kakšen 4-cikel?



**b) (5 točk)** Ali je  $G_2$  Eulerjev? Zakaj (ne)?

**c) (5 točk)** V grafu  $G_2$  poišči vsaj po en 4-cikel, 6-cikel, 7-cikel in 8-cikel.



**d) (10 točk)** Sta grafa  $G_1$  in  $G_2$  Hamiltonova?

