

IME IN PRIIMEK

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Vpisna številka

1	
2	
3	
4	
Σ	

Diskretne strukture UNI: 1. računski izpit

22. januar 2024

Čas pisanja: 90 minut. Dovoljena je uporaba enega lista velikosti A4 z obrazci. Uporaba elektronskih pripomočkov ni dovoljena. Rezultati bodo objavljeni na *ucilnica.fri.uni-lj.si*. **Vse odgovore dobro utemelji!**

1. naloga (25 točk)

Miha ima fotokopije starih kolokvijev. Na žalost pa ima kopirni stroj napako in včasih kje pusti veliko packo črnila. Pri eni od nalog je bilo za izjavni veznik $A(p, q, r) = (p \wedge \neg q) \vee r$ zaporedje izjavnih izrazov definirano z

$$I_1 = \bullet \quad \text{in} \quad I_n = A(I_{n-1}, p, p \Rightarrow I_{n-1}) \quad \text{za } n > 1.$$

Seveda pa stari kolokvijji pridejo z rešitvami in Miha ve, da je $I_{1998} = p$.

a) (10 točk) Ali je lahko $I_1 = \neg p$?

b) (10 točk) Ali je lahko $I_1 = 1$?

c) (5 točk) Ali je lahko $I_1 = p$?

2. naloga (25 točk)

V spodnjih vprašanjih obravnavamo sisteme enačb z neznano množico X ter danimi množicami A, B in C .

a) (5 točk) Ali je enačba $A + X = B$ rešljiva? Kaj so rešitve? Kaj so rešitve v primeru $A = \{1, 2, 3\}$ in $B = \{2, 3, 4\}$?

b) (10 točk) Kako se rešitve X enačbe $A + X = B \cup C$ izrazijo z A, B in C ? Kaj so pogoji za rešljivost?

c) (10 točk) Za sistem enačb z množicami

$$A + X = B \cup C,$$

$$X \cap B = X \cap C$$

poišči vse možne rešitve X in določi pogoje za rešljivost.

3. naloga (25 točk)

Dana je permutacija $\alpha = (1\ 5\ 2\ 4\ 7)(3\ 6\ 8) \in S_8$, kjer je S_8 množica permutacij na 8 elementih. Preslikava $f: \mathbb{N} \rightarrow S_8$ slika naravna števila v zaporedne potence permutacije α , tj.

$$f(0) = \alpha^0 = \text{id}, f(1) = \alpha^1 = \alpha, f(2) = \alpha^2, \dots, f(n) = \alpha^n, \dots$$

a) (5 točk) Izračunaj $f(1)$, $f(3)$ in $f(5)$. Dobljene permutacije zapiši kot produkte disjunktnih ciklov.

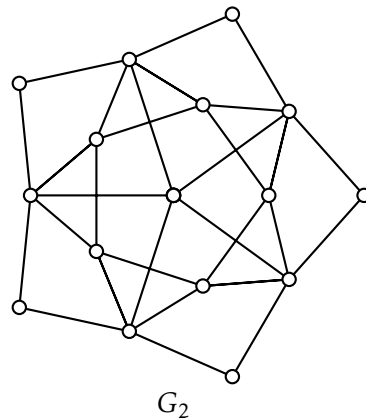
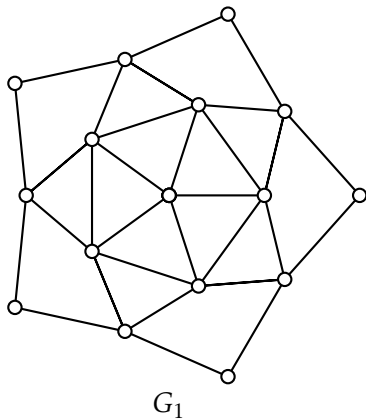
b) (5 točk) Ali je f injektivna? *Natančno utemelji!*

c) (10 točk) Kolikšni so redi permutacij α^n za $n = 1, 2, \dots, 15$? Kolikšne so parnosti permutacij α^n za $n = 1, 2, \dots, 15$?

d) (5 točk) Ali je f surjektivna? *Natančno utemelji!*

4. naloga (25 točk)

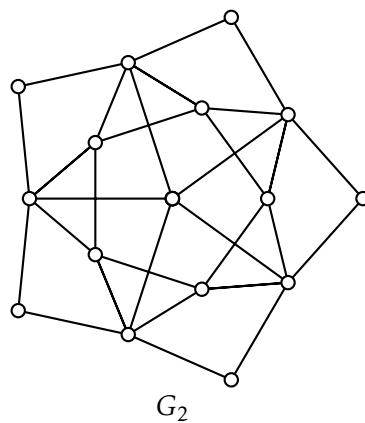
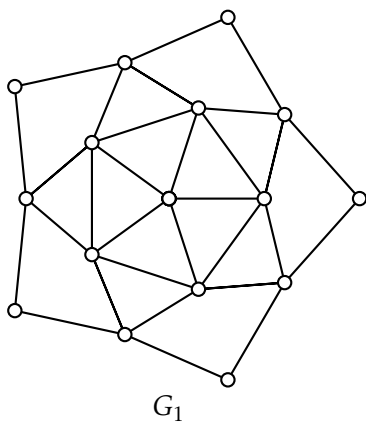
Dana sta grafa G_1 in G_2 .



a) (8 točk) Določi kromatično število grafa G_1 . *Odgovor natančno utemelji!*

b) (3 točke) Ali je graf G_2 Eulerjev? *Odgovor natančno utemelji!*

c) (8 točk) Ali sta grafa G_1 in G_2 Hamiltonova? *Odgovor natančno utemelji!*



d) (6 točk) Ali sta grafa G_1 in G_2 izomorfna? *Odgovor natančno utemelji!*

