

Ime in priimek

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Vpisna številka

1	
2	
3	
4	
Σ	

Diskretne strukture UNI: 2. računski izpit

2. februar 2024

Čas pisanja: 90 minut. Dovoljena je uporaba enega lista velikosti A4 z obrazci ter enostavnega kalkulatorja. Uporaba ostalih elektronskih pripomočkov ni dovoljena. Rezultati bodo objavljeni na *ucilnica.fri.uni-lj.si*.

Vse odgovore dobro utemelji!

1. naloga (25 točk)

Trimestni izjavni veznik T je dan s predpisom

$$T(p, q, r) = p \Leftrightarrow (q \wedge r).$$

a) (7 točk) Le z uporabo veznika T (in ustreznih izjavnih spremenljivk) zapiši izjavna izraza $p \Leftrightarrow q$ ter $p \Rightarrow q$.

b) (10 točk) Kateri od naborov izjavnih veznikov $\{T\}$, $\{T, 1\}$, $\{T, 0\}$, $\{T, \wedge\}$ in $\{T, \neg\}$ so polni nabori? *Natančno utemelji!*

c) (8 točk) Ali lahko le z uporabo veznika T zapišemo izjavna izraza 0 ter $p \wedge \neg q$? *Zakaj oz. zakaj ne?*

2. naloga (25 točk)

Naj bo $a \in \mathbb{N}$ naravno število, ki ni deljivo niti z 2 niti s 5, in naj bo $b \in \mathbb{N}$ naravno število, ki je deljivo z 2 in ni deljivo s 5.

a) (5 točk) Izračunaj $\text{lcm}(2, a)$, $\text{lcm}(5, a)$, $\text{lcm}(2, 5, a)$, $\text{lcm}(2, b)$, $\text{lcm}(5, b)$ in $\text{lcm}(2, 5, b)$.

b) (10 točk) Koliko je naravnih števil med 1 in $10a$, ki so deljiva z *vsaj enim* od števil 2, 5 in a ?

c) (10 točk) Koliko je naravnih števil med 1 in $60b$, ki so deljiva z *natanko dvema* od števil 2, 5 in b ?

3. naloga (25 točk)

Dani sta permutaciji

$$\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 3 & 6 & 5 & 8 & 7 & 4 & 2 & 1 \end{pmatrix} \text{ in } \beta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 4 & 8 & 7 & 3 & 6 & 2 & 1 & 5 \end{pmatrix}.$$

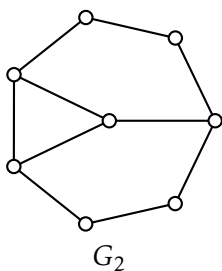
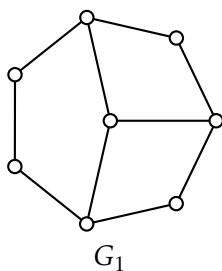
a) (10 točk) Zapiši permutacije α , β , β^2 ter $\alpha^{-1} * \beta$ z disjunktными cikli.

b) (5 točk) Ali ima enačba $\alpha * \pi = \beta$ več kot eno rešitev π ? Če ima dve rešitvi ali več, poišči vsaj dve rešitvi te enačbe, če ima le eno, poišči eno, če nima rešitev, utemelji zakaj jih nima.

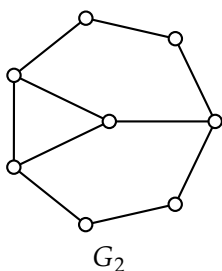
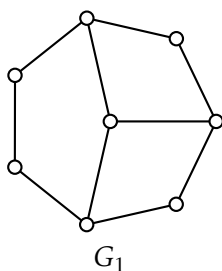
c) (10 točk) Ali ima enačba $(\alpha * \pi)^2 = \beta^2$ več kot eno rešitev π ? Če ima dve rešitvi ali več, poišči vsaj dve rešitvi te enačbe, če ima le eno, poišči eno, če nima rešitev, utemelji zakaj jih nima.

4. naloga (25 točk)

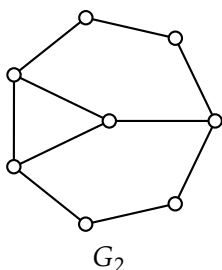
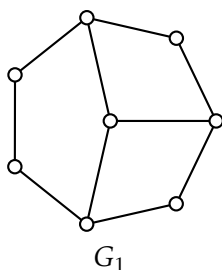
a) (5 točk) Določi kromatični števili grafov G_1 in G_2 . *Odgovor natančno utemelji!*



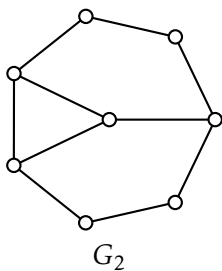
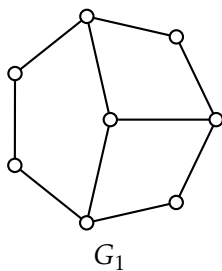
b) (5 točk) Ali lahko grafu G_1 odstranimo natanko eno vozlišče tako, da ima dobljeni graf G'_1 za 1 manjše kromatično število? Kaj pa G_2 ? *Zakaj oz. zakaj ne?*



c) (5 točk) Ali sta grafa G_1 in G_2 Hamiltonova? *Odgovor natančno utemelji!*



d) (5 točk) Če je kateri od zgornjih grafov Hamiltonov, ali mu lahko odstranimo natanko eno povezavo tako, da potem ne bo več Hamiltonov? *Zakaj oz. zakaj ne? Odgovor natančno utemelji!*



e) (5 točk) Ali sta grafa izomorfna? *Odgovor natančno utemelji!*

