

Ime in priimek

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Vpisna številka

1	
2	
3	
4	
Σ	

**Diskretne strukture: drugi računski izpit**

11. februar 2020

Čas pisanja je 90 minut. Dovoljena je uporaba 2 listov A4 formata s formulami. Uporaba elektronskih pripomočkov ni dovoljena.

**Vse odgovore dobro utemelji!**

**1. naloga (25 točk)**

Dan je sklep

$$p \wedge \neg q \Rightarrow r, \quad p \vee s, \quad q \Rightarrow t, \quad \neg t \quad \models \quad t \vee r.$$

**a) (10 točk)** Pokaži, da zgornji sklep ni pravilen.

**b) (15 točk)** Katero od predpostavk

$$P_1 = s \Rightarrow t, \quad P_2 = s \Rightarrow \neg t, \quad P_3 = \neg s \Rightarrow t, \quad P_4 = \neg s \Rightarrow \neg t$$

naj dodamo, da bomo dobili pravilen sklep? Dobljen pravilen sklep tudi formalno dokaži!

**2. naloga (25 točk)**

Funkcija  $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  je podana s predpisom  $f(0) = 0$ ,  $f(1) = 1$  in

$f(n) =$  produkt največjega in najmanjšega prafaktorja števila  $n$ .

Tako je na primer  $f(2) = 2 \cdot 2 = 4$  in  $f(42) = 2 \cdot 7 = 14$ .

**a) (5 točk)** Ali je  $f$  injektivna?

**b) (5 točk)** Ali je  $f$  surjektivna?

**c) (5 točk)** Opiši funkcijo  $f \circ f$ .

**d) (10 točk)** Za katere  $n \in \mathbb{N}$  je rešljiva enačba  $f(n) = n$ ?

### 3. naloga (25 točk)

Dani sta permutaciji

$$\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 2 & 7 & 8 & 3 & 5 & 4 & 1 & 6 \end{pmatrix} \quad \text{in} \quad \beta = (1\ 3\ 5\ 6)(2\ 8\ 7).$$

a) (5 točk) Zapiši  $\alpha$  kot produkt disjunktnih ciklov.

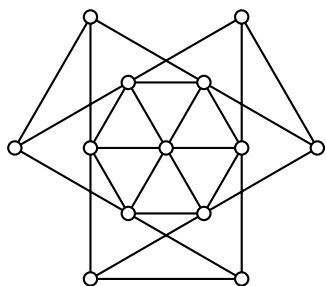
b) (5 točk) Določi red, ciklično strukturo in parnost permutacij  $\alpha$  in  $\beta$ .

c) (15 točk) Poišči vsaj dve različni permutaciji  $\pi \in S_8$ , ki rešijo enačbo

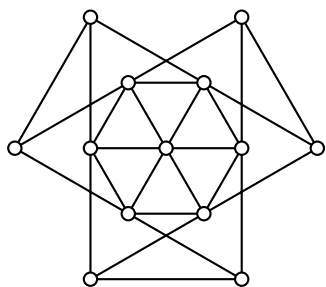
$$\alpha\pi^{202} = \beta.$$

**4. naloga (25 točk)**

**a) (5 točk)** Ali je spodnji graf Eulerjev? Odgovor utemelji.



**b) (10 točk)** Ali je Hamiltonov? Odgovor utemelji.



**c) (10 točk)** Določi kromatično število spodnjega grafa. Ali obstaja tako vozlišče  $v$ , da bo graf  $G - v$  dvodelen?

