

Diskretne strukture UNI: 1. računski izpit

24. januar 2025

Čas pisanja: 90 minut. Dovoljena je uporaba enega lista velikosti A4 z obrazci. Uporaba elektronskih pripomočkov ni dovoljena. Rezultati bodo objavljeni na *ucilnica.fri.uni-lj.si*. **Vse odgovore dobro utemelji!**

1. naloga (25 točk)

Dan je sklep sklep

$$\neg s \vee p, p \Rightarrow t, \neg q, r \Rightarrow t \quad \models \quad \neg r \wedge (s \Rightarrow t).$$

a) (10 točk) Prepričaj se, da ta sklep *ni* pravilen.

b) (15 točk) Katerega od spodnjih izjavnih izrazov naj dodamo med predpostavke, da dobimo pravičen sklep?

$$q \Rightarrow t, q \Leftrightarrow t, t \Rightarrow r, t \Rightarrow \neg r$$

Zapiši dokaz dobljenega pravičnega sklepa.

2. naloga (25 točk)

Za dane množice A , B in C ter neznano množico X opazujemo sistem enačb z množicami

$$X \setminus A = B \cup C,$$

$$X \setminus B = A \cup C.$$

a) (10 točk) Recimo, da je $A = \{1\}$, $B = \{2\}$ in $C = \{3\}$. Je zgornji sistem v tem primeru rešljiv? Katere od množic $X_1 = \{1, 2\}$, $X_2 = \{1, 2, 3\}$, $X_3 = \{1, 2, 3, 4\}$ so v tem primeru rešitve zgornjega sistema? Zakaj?

b) (15 točk) Določi pogoje, ki naj veljajo za množice A , B in C , da bo zgornji sistem rešljiv. Opiši vse rešitve X .

3. naloga (25 točk)

Dani sta permutaciji

$$\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 1 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{in} \quad \beta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 8 & 3 & 5 & 6 & 7 & 4 & 9 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

a) (6 točk) Zapiši permutaciji α in β z disjunktnimi cikli ter za obe določi red in parnost.

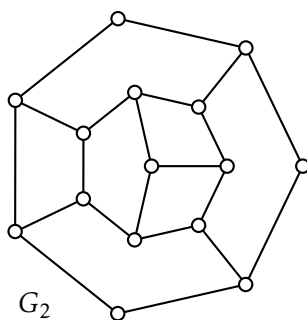
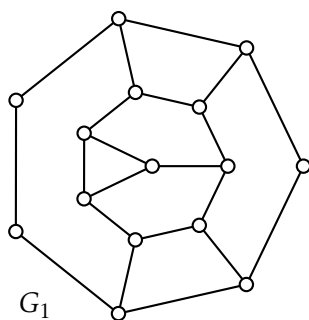
b) (4 točke) Določi vse ciklične strukture, ki jih lahko ima rešitev π enačbe $\alpha^{-1} * \pi^{2025} * \alpha = \beta$.

c) (7 točk) Določi vse ciklične strukture, ki jih lahko ima rešitev π enačbe $\alpha^{-1} * \pi^{2026} * \alpha = \beta$.

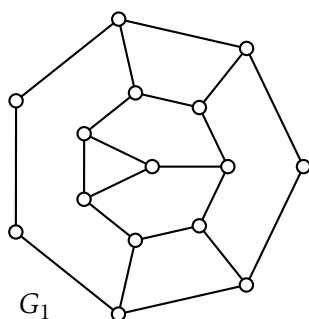
d) (8 točk) Poišči dve različni rešitvi π enačbe $\alpha^{-1} * \pi^{2026} * \alpha = \beta$.

4. naloga (25 točk)

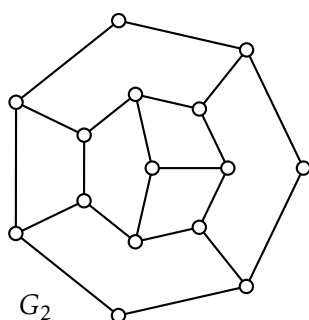
a) (8 točk) Določi kromatični števili grafov G_1 in G_2 . *Odgovor natančno utemelji!*



b) (5 točk) Ali je graf G_1 Hamiltonov? *Odgovor natančno utemelji!*



c) (7 točk) Ali je graf G_2 Hamiltonov? *Odgovor natančno utemelji!*



d) (5 točk) Ali sta grafa izomorfna? *Odgovor natančno utemelji!*

